

# Минимальное введение в R

## Установка R

### Базовый R

Вы можете скачать последнюю версию R с официального сайта: <https://www.r-project.org/>.

В этом курсе мы будем пользоваться лишь базовыми возможностями R, но, из-за потенциальных проблем с совместимостью, укажем что мы будем пользоваться версией 3.6.

Если у Вас уже установлен R, но вы не знаете какой именно версии, - введите 'R.version.string' в командной строке R.

### R studio

Мы также настоятельно рекомендуем установить R studio:

<https://www.rstudio.com/products/rstudio/>.

## Базовые понятия

Познакомимся с основами работы R. Для начала работы запустите R studio, - Вам сразу же должна открыться командная строка. Это всё что нам пока понадобится.

### R как калькулятор

Самый простой способ использования R это произведение простых вычислений. Например введите следующее:

```
2 + 2 * 2
```

В ответ R просто напечатает 6.

Другие распространённые операции это -, / и ^ (x^2 означает  $x^2$ ).

Чуть более продвинутой функцией является возможность запоминать результаты вычислений.

Как и во всех других языках программирования, в R нам для этого понадобится создать переменную. И создание переменной, и присвоение ей значения делается с помощью "оператора присвоения" (<-).

О нём можно думать как о стрелке, присваивающей значение справа от неё,

переменной слева от неё. Например, чтобы запомнить в переменной `x` значение нашего предыдущего вычисления мы должны ввести:

```
x <- 2 + 2 * 2
```

Как Вы могли заметить, в этот раз R не вывел нам результат вычисления. Если Вам хочется узнать записанное в переменную значение, - просто введите `x` в консоль.

Записав значение в переменной мы можем использовать его в последующих вычислениях. Например, если нам хочется узнать чему равна половина `x` мы можем ввести следующее:

```
y <- x / 2  
y
```

В ответ R выведет 3.

### Способы печати на экран

1. Здесь мы видели что для вывода значения переменной в R достаточно просто напечатать её имя `x`.
2. Другой способ - использовать функцию `print(x)`. Хотя в большинстве случаев её использование может показаться лишним, она может сделать код более выразительным. Кроме того, она предоставляет ряд дополнительных возможностей, - сравните сами вывод `print(3.14159265359)` и `print(3.14159265359, digits=3)` (введите `?print` в консоли RStudio для более подробной информации).
3. Кроме того, небольшой трюк, - заключив операцию присваивания в скобки мы сделаем её выражением, которое необходимо вычислить и чьё значение будет равно присвоенному значению. Так, выше мы могли бы написать просто `(y <- x / 2)`, чтобы и присвоить `y` значение и одновременно вывести его в консоль.

## Простейшие типы данных

Числа - не единственный тип данных, который может храниться в переменных. Рассмотрим ещё несколько простых примеров.

### Логический тип данных ( `Logical` )

Этот тип данных стандартно используется для хранения информации об истинности утверждений и принимает 2 значения - `TRUE` и `FALSE` (формально он также принимает значение `NA`, но об этом мы поговорим несколько позже).

Простейший пример получения этого типа значений - использование операций сравнения:

| Оператор | Значение             |
|----------|----------------------|
| <        | строго меньше        |
| >        | строго больше        |
| <=       | меньше или равно     |
| >=       | больше или равно     |
| ==       | значения совпадают   |
| !=       | значения различаются |

```
> x <- 4
> x < 10
[1] TRUE
> (isSeven <- x == 7)
[1] FALSE
```

Если у Вас уже есть две логические переменные (или 2 логических выражения) *A* и *B*, то к ним можно применять стандартные логические операции:

| Оператор            | Смысл                |
|---------------------|----------------------|
| <i>A</i> & <i>B</i> | логическое "и"       |
| <i>A</i>   <i>B</i> | логическое "или"     |
| ! <i>A</i>          | логическое отрицание |

```
> x <- 16
> (greaterThanTen <- x > 10)
[1] TRUE
> (lessThanFifteen <- x < 15)
[1] FALSE
> greaterThanTen & !lessThanFifteen
[1] TRUE
```

Сделаем важное замечание - чтобы избежать досадных ошибок, - всегда окружайте знаки ваших операторов пробелами. Сравните выводы двух команд, различающихся только пробелами:

```
> (x<-2)
[1] 2
> (x < -2)
[1] FALSE
```

## Символьный тип данных ( Character )

Другой распространенный тип данных - это символьный тип, задаваемый с помощью двойных кавычек " :

```
my_name <- "Иванов Иван Иванович"
```

Пока укажем лишь на один способ модификации символьных данных - конкатенация, т.е. склеивание/сцепление строк. Эта операция может быть произведена с помощью функции `paste` :

```
paste("Hello,", "world!", "It's", "a", "nice", "day!")
```

Приведенная команда выдаст нам в ответ одну строку "Hello, world! It's a nice day!" .

Нетрудно видеть, что `paste` просто объединяет вместе переданные ей строки, попутно вставляя между ними знаки пробела.

`paste` может принимать на вход объекты и не символьного типа, автоматически конвертируя их в строки:

```
> paste("Score:", 4576)
[1] "Score: 4576"
```

Кроме этого Вы можете заменить разделитель строк с пробела на любую другую строку, указав её в дополнительном параметре `sep` :

```
> paste(1, 3, 5, 2, 4, "pi", sep = " + ")
[1] "1 + 3 + 5 + 2 + 4 + pi"
```

## Другие численные типы данных ( Numeric )

### Регулярные случаи ( Double , Integer , Complex )

Любое введенное число в R по-умолчанию трактуется как число двойной точности ( `Double` ). Это значит, что когда Вы вводите 1 или 2 в R, хотя они выглядят как целые числа, в реальности они являются числами с плавающей запятой.

Если Вы хотите явно задать целое число ( `Integer` ), то Вам требуется добавить к нему суффикс "L". Т.е. `1` это число с плавающей запятой ( `Double` ), а `1L` это уже именно целое число ( `Integer` ).

Целые числа обычно используются если есть либо необходимость ограничить возможный диапазон значений, либо для сохранения места в памяти. `Integer` автоматически конвертируется в `Double` при необходимости.

R также предоставляет встроенный тип данных для работы с комплексными числами `Complex` , который определяется через чистую мнимую часть `i` :

```
> 1 + 2i
[1] 1+2i
```

Помимо удобства важно помнить, что поведение ряда функций может меняться в зависимости от того, передаете Вы им `Integer` или `Complex` значение. Например вызов `sqrt(-1)` приведет к ошибке. С другой стороны `sqrt(-1+0i)` выдаст нам `0+1i` , т.е.  $i$ .

#### Inf и NaN

Результаты не всех арифметических операций могут быть представлены в виде чисел. Иногда результатом условно подразумевается "бесконечность" ( $1/0$ ), а иногда результат и вовсе не определен ( $0/0$ ). Для таких случаев в R зарезервированы два специальных значения: `Inf` (*infinity*) и `NaN` (*not-a-number*).

Эти значения могут быть записаны в переменные и участвовать в арифметических операциях:

| Expression            | Result |
|-----------------------|--------|
| $1 / 0$               | Inf    |
| $0/0$                 | NaN    |
| $1/0 + 1/0$           | Inf    |
| $1/0 - 1/0$           | NaN    |
| <code>sqrt(-1)</code> | NaN    |
| $\text{NaN}^0$        | 1      |
| $0^{\text{NaN}}$      | NaN    |
| $0^0$                 | 1      |
| $0 * \text{Inf}$      | NaN    |

| Expression       | Result |
|------------------|--------|
| $0 * \text{NaN}$ | NaN    |

Как правило, любые вычисления в которых участвует `NaN` возвращают `NaN`. Исключениями обычно являются лишь операции, которые всегда возвращают один и тот же результат, поэтому `NaN^0` возвращает `1`.

## Отсутствующие значения

Отсутствующие значения играют огромную роль в статистике и часто требует изучение само их наличие. В R для того, чтобы представить значение, "которого нет", "которое отсутствует", используется `NA`.

`NA` отличается от `NaN` тем, что R все же трактует `NaN` как число (неудачный результат каких-либо вычислений), а `NA` это просто пропущенный тип данных, потенциально любого типа, включая символьный (`Character`) и логический (`Logical`). Аналогично `NaN`, большинство операций, включающих в себя `NA` снова производит `NA`:

```
> var <- NA
[1] NA
> var * 2
[1] NA
> NA^0
[1] 1
> NA | TRUE
[1] TRUE
```

Один из способов произвести значение `NA` "естественным образом" это операции сравнения:

```
> 1 == NaN
[1] NA
> NaN == NaN
[1] NA
> 1 == NA
[1] NA
> NA == NA
[1] NA
> NaN == NaN
[1] NA
```

Интересным здесь является то, что результат сравнения двух `NA` или `NaN` не является `TRUE`. Это связано с тем, что `NA` не является конкретным значением, а лишь представляет собой "затычку" для отсутствующего значения. Поэтому простым сравнением мы не сможем узнать

содержит ли переменная одно из этих значений. Вместо этого в R предусмотрены специальные функции `is.na()` и `is.nan()` :

```
> x <- NA
> y <- NaN
> x == NA
[1] NA
> is.na(x)
[1] TRUE
> x == NaN
[1] NA
> is.nan(x)
[1] FALSE
> y == NA
[1] NA
> is.na(y)
[1] TRUE
> y == NaN
[1] NA
> is.nan(y)
[1] TRUE
```

Из приведенного листинга видно, что `is.na` возвращает `TRUE` не только для `NA` , но и для `is.nan` .

В приведенной ниже таблице указаны результаты этих функций для разных типов аргументов (включенные также функции `is.finite()` и `is.infinite()` , имеющие очевидный смысл проверки чисел на конечность/бесконечность):

|                            | 3     | 1/0 , Inf | NaN   | NA    |
|----------------------------|-------|-----------|-------|-------|
| <code>is.finite()</code>   | TRUE  | FALSE     | FALSE | FALSE |
| <code>is.infinite()</code> | FALSE | TRUE      | FALSE | FALSE |
| <code>is.na()</code>       | FALSE | FALSE     | TRUE  | TRUE  |
| <code>is.nan()</code>      | FALSE | FALSE     | TRUE  | FALSE |

Отличный способ сравнения подобных значений это функция `identical()` , являющейся простым и безопасным путем сравнения двух значений на *точное* равенство:

```
> identical(NA, NA)
[1] TRUE
> identical(NA, NaN)
[1] FALSE
> identical(NaN, NaN)
[1] TRUE
> identical(1, NA)
[1] FALSE
> identical(1/0, Inf)
[1] TRUE
```

## Немного о NULL

Ради устранения возможной путаницы скажем пару слов про `NULL` .

`NULL` используется для обозначения пустого (не обязательно численный) объекта и может быть возвращен некоторыми функциями для обозначения незадаанных значений.

Не погружаясь в технические детали пока лишь отметим, что общая идея примерно такова:

- `NaN` - означает  $0/0$ , результат вычисления не являющийся ни числом, ни бесконечностью;
- `NA` - отсутствующее, несуществующее значение;
- `NULL` - пустой объект.

Проверить является ли значение `NULL` можно с помощью функции `is.null()` .

## Определение типа переменных

R это язык с динамическими типами и одной и той же переменной можно присваивать разные типы значений:

```
> (x <- "I am string")
[1] "I am string"
> (x <- 7)
[1] 7
> (x <- TRUE)
[1] TRUE
> (x <- "And now I am string again")
[1] "And now I am string again"
```

Это может быть как полезным свойством языка, так и источником головной боли.

Это значит, по крайней мере, что кроме тестов на "вырожденные" значения нам нужны тесты на принадлежность к конкретному типу: `is.logical()` , `is.character()` , `is.integer()` , `is.double()` , `is.complex()` :

```
> is.character("Text")
[1] TRUE
> is.double(2)
[1] TRUE
> is.logical(1 == 2)
[1] TRUE
> is.complex(1+3i)
[1] TRUE
```

Отметим, что тесты `is.integer()`, `is.double()`, `is.complex()` требуют от переменной иметь в точности такой тип:

```
> is.integer(2)
[1] FALSE
> is.complex(2)
[1] FALSE
> is.double(1L)
[1] FALSE
> is.complex(1L)
[1] FALSE
```

Если же Вы просто хотите узнать является ли переменная каким-нибудь числом, что используйте общий тест `is.numeric`:

```
> is.numeric(1)
[1] TRUE
> is.numeric(3L)
[1] TRUE
> is.numeric(4+5i)
[1] FALSE
```

## Вектора

Простейшей структурой данных в R является вектор. Даже переменные `x` и `y`, созданные нами для хранения чисел, считаются векторами длины 1.

## Создание векторов

### Функция `c()`

Простейший способ создать вектор состоит в использовании функции `c()` (название происходит от слов `concatenate` и `combine`).

Например чтобы создать вектор из чисел 2.17, 3 и 4.57 достаточно ввести `c(2.17, 3, 4.57)`. Запишем этот вектор в переменную `z` и попросим вывести её содержание:

```
> z <- c(2.17, 3, 4.57)
> z
[1] 2.17 3.00 4.57
```

Как мы видим, R выдал нам `[1] 2.17 3.00 4.57`, без каких-либо запятых.

Раз аргументы `2.17`, `3` и `4.57`, с которыми мы вызывали `c()`, это вектора длины `1`, то может быть мы можем использовать её и для объединения векторов большей длины? Ответ - да. Следующая команда создаст вектор длины `6`:

```
> c(5, z, c(7.6, 4))
[1] 5.00 2.17 3.00 4.57 7.60 4.00
```

## Оператор `:`, функция `seq()`

Другой способ создать вектор - это порождение последовательности чисел по некоторому правилу. Выражение `a:b` наполняет вектор числовой последовательностью от `a` до `b` с шагом  $\pm 1$ , первый элемент которой равен `a`:

```
> 1:10
[1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
> pi:10
[1] 3.141593 4.141593 5.141593 6.141593 7.141593 8.141593 9.141593
> 10:1
[1] 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1
> 1:1
[1] 1
```

Во многих ситуациях нам хотелось бы иметь больше контроля над создаваемой последовательностью, чем нам предоставляет оператор `:`. В таких случаях мы можем использовать функцию `seq()`.

Передав ей два числовых аргумента мы получим тот же результат, что и при использовании `:`:

```
> seq(1, 10)
[1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
> seq(pi, 10)
[1] 3.141593 4.141593 5.141593 6.141593 7.141593 8.141593 9.141593
> seq(10, 1)
[1] 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1
> seq(1, 1)
[1] 1
```

Но она имеет и ряд дополнительных возможностей. Например, используя дополнительный аргумент `by`, мы можем изменить инкремент последовательности:

```
> seq(1, 5, by = 0.5)
[1] 1.0 1.5 2.0 2.5 3.0 3.5 4.0 4.5 5.0
```

Вместо инкремента мы можем фиксировать длину конечной последовательности и `seq()` сама выберет требуемую длину шага:

```
> seq(0, 1, length = 5)
[1] 0.00 0.25 0.50 0.75 1.00
> seq(0, 1, length = 6)
[1] 0.0 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0
> seq(0, 1, length = 7)
[1] 0.0000000 0.1666667 0.3333333 0.5000000 0.6666667 0.8333333 1.0000000
```

## Функция `rep()`

Укажем также полезную функцию `rep()`. Её простейшее использование - повторить переданный ей вектор определенное количество раз:

```
> rep(1, 5)
[1] 1 1 1 1 1
> rep(c(1,2,3), 3)
[1] 1 2 3 1 2 3 1 2 3
> rep("SPAM", 10)
[1] "SPAM" "SPAM" "SPAM" "SPAM" "SPAM" "SPAM" "SPAM" "SPAM" "SPAM" "SPAM"
```

## Арифметические операции над векторами

Арифметические операции применяются к векторам покомпонентно. То есть, если вы хотите удвоить каждую компоненту вектора `z`, а затем прибавить к ним сотню, достаточно ввести:

```
z * 2 + 100
```

На что R ответит: `[1] 104.34 106.00 109.14`.

Это же правило применимо и ко многим функциям. Например, для вычисления квадратного корня можно применять функцию `sqrt()`, которая также будет действовать покомпонентно:

```
sqrt(z)
```

и выведет `[1] 1.473092 1.732051 2.137756`.

## Повторное использование значений векторов

Если Вы примените арифметические операции к векторам одинаковой длины, то R просто применит их покомпонентно. Так

```
> c(1, 2, 3) + c(5, 7, 5)
[1] 6 9 8
```

выдаёт нам [1] 6 9 8 .

Но что, если вы применяете арифметические операции к векторам разной длины? В таком случае R повторно использует значения более короткого вектора.

Когда мы просили R вычислить  $z * 2 + 100$  мы комбинировали вектор  $z$  длины 3 и вектора 2 и 100 длины 1. Поэтому в реальности R вычислял следующее:

```
z * c(2, 2, 2) + c(100, 100, 100) .
```

Другой хорошей иллюстрацией этого процесса служит следующий пример:

```
c(1, 2, 3, 4) + c(0, 100)
```

выдаст [1] 1 102 3 104 . Здесь R просто поочередно прибавлял 0 и 100 к значениям  $c(1, 2, 3, 4)$  .

Заметим ещё, что если длина короткого вектора не делит без остатка длину большего вектора, то, хотя R по-прежнему повторно использовать значения более короткого, мы получим предупреждение о том, что что-то может быть не так:

```
> c(1, 2, 3, 4) + c(0, 10, 100)
[1] 1 12 103 4
Warning message:
In c(1, 2, 3, 4) + c(0, 10, 100) :
longer object length is not a multiple of shorter object length
```

## Извлечение значений из векторов

Для нужд этой подсекции создадим вектор  $x$  , содержащий как случайные числа, так и ряд пропущенных ( NA ) значений:

```
> rand <- rnorm(20)
> NAs <- rep(NA, 20)
> (x <- sample(c(rand, NAs), 20))
[1] -2.91857697 -2.65096792 NA -0.08976424 NA NA NA
[10] NA 0.88669572 -0.64943055 -0.73531225 NA 0.19626571 -1.05730103
[19] -0.70417490 NA
```

Первая строка создает вектор `rand`, содержащий 20 случайных значений, сгенерированных согласно стандартному нормальному распределению с помощью функции (`rnorm`).

Вторая строка создает вектор из 20 пропущенных значений.

Наконец, третья строка наугад выбирает 20 элементов из обоих векторов с помощью функции `sample()`.

Разумеется, после выполнения этих операций, содержание вектора `x` у Вас будет отличаться.

Начнем с того, что извлечем первые 10 элементов нашего вектора:

```
> x[1:10]
 [1] -2.91857697 -2.65096792          NA -0.08976424          NA          NA          NA
[10]          NA
```

Переданный в квадратных скобках аргумент - это индексный вектор, который может иметь 4 разных типа:

1. Логический вектор;
2. Вектор из положительных чисел;
3. Вектор из отрицательных чисел;
4. Символьный вектор.

### Логический индексный вектор

Одна из самых распространенных задач - избавиться ото всех пропущенных значений в наших данных. Мы сможем добиться этого с помощью логического индексного вектора.

Если мы подставляем вектор из логических значений в качестве индексного вектора в выражении `x[i]`, то будут выбраны лишь те значения вектора `x`, которым соответствуют значения `TRUE`. В общем случае этот процесс может быть проиллюстрирован следующей таблицей:

| Вектор $v$           | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ | $a_5$ | ... | $a_n$ |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|-------|
| Индексный вектор $i$ | TRUE  | TRUE  | FALSE | TRUE  | FALSE | ... | TRUE  |
|                      |       |       |       |       |       |     |       |
|                      | $a_1$ | $a_2$ |       | $a_4$ |       | ... | $a_n$ |
|                      |       |       |       |       |       |     |       |
| $v[i]$               | $a_1$ | $a_2$ | $a_4$ | ...   | $a_n$ |     |       |

Таким образом, для того, чтобы отфильтровать все пропущенные значения нам необходимо построить логический вектор, содержащий `FALSE` на местах, соответствующих `NA` и `TRUE` иначе. Этого легко добиться с помощью функции `is.na()`:

```
> is.na(x)
[1] FALSE FALSE TRUE FALSE TRUE TRUE TRUE TRUE TRUE TRUE FALSE FALSE FALSE TRUE FALSE F
[20] TRUE
> !is.na(x)
[1] TRUE TRUE FALSE TRUE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE TRUE TRUE TRUE FALSE TRUE
[20] FALSE
```

Запишем полученный результат в вектор `y` :

```
> (y <- x[!is.na(x)])
[1] -2.91857697 -2.65096792 -0.08976424 0.88669572 -0.64943055 -0.73531225 0.19626571 -1.0573
[10] -0.70417490
```

## Индексный вектор из положительных чисел

Ранее мы извлекли первые 10 элементов из вектора `x` передав ему список интересующих нас индексов:

```
> 1:10
[1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

Заметьте, что, в отличии от многих других языков программирования, индексирование элементов здесь начинается не с нуля, а с единицы.

Таким образом с помощью данной конструкции мы может извлекать любые индексы и в любом порядке:

```
> temp <- 1:100
> temp[c(45, 65, 89)]
[1] 45 65 89
> temp[c(59, 37, 92, 1)]
[1] 59 37 92 1
> temp[7]
[1] 7
```

Но необходимо быть осторожными, так как R не попытается нас остановить, если мы вылезем за пределы доступных индексов:

```
> temp[0]
integer(0)
> temp[1000]
[1] NA
```

## Индексный вектор из отрицательных чисел

Что если мы хотим извлечь все элементы кроме 5-ого и 19-ого?

Создавать вектор перечисляющий все такие индексы достаточно неудобно. К счастью, достаточно указать нежелательные индексы со знаком минус и мы извлечем все элементы кроме них:

```
> x[c(-5, -19)]
 [1] -2.91857697 -2.65096792          NA -0.08976424          NA          NA          NA
 [10]  0.88669572 -0.64943055 -0.73531225          NA  0.19626571 -1.05730103          NA -0.1422
> temp <- 1:20
> temp[c(-5, -19)]
 [1]  1  2  3  4  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 20
```

Для тех же целей можно использовать и вектор с положительными индексами, если поместить перед ним знак минуса:

```
> x[-c(5, 19)]
 [1] -2.91857697 -2.65096792          NA -0.08976424          NA          NA          NA
 [10]  0.88669572 -0.64943055 -0.73531225          NA  0.19626571 -1.05730103          NA -0.1422
> temp[-c(5, 19)]
 [1]  1  2  3  4  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 20
```

Смешение положительных и отрицательных значений приведет к ошибке:

```
> x[c(1, 2, -5)]
Error in x[c(1, 2, -5)] : only 0's may be mixed with negative subscripts
```

## Символьный индексный вектор

Здесь нам понадобится концепция именованных элементов. Присвоить имена элементам вектора достаточно просто:

```
> (vect <- c(foo = 11, bar = 2, norf = NA))
foo bar norf
 11  2  NA
> names(vect)
 [1] "foo" "bar" "norf"
```

Как нетрудно догадаться, приведенная функция `names` возвращает вектор имен.

Альтернативно мы можем сначала создать вектор с некоторыми значениями, а затем присвоить его значениям имена, снова используя `names` :

```
> (vect2 <- c(11, 2, NA))
[1] 11 2 NA
> (names(vect2) <- c("foo", "bar", "norf"))
[1] "foo" "bar" "norf"
> vect2
foo bar norf
 11  2  NA
```

## Замечание

Обсуждение того, почему мы можем так вольно обращаться с `names()` и что это такое выходит сильно за рамки этого курса. Либо просто примите как данность, либо самостоятельно почитайте:

<http://adv-r.had.co.nz/Data-structures.html>

С помощью функции `identical()` можно убедиться, что полученные вектора оказались идентичными:

```
> identical(vect, vect2)
[1] TRUE
```

После создания вектором с именованными элементами, ты можем извлекать необходимые нам значения по их именам:

```
> vect["foo"]
foo
 11
> vect["bar"]
bar
 2
> vect[c("foo", "norf")]
foo norf
 11  NA
```

## Проверка принадлежности вектору

Отметим также способ проверить что некоторый элемент принадлежит данному вектору. Это можно сделать с помощью оператора `%in%`:

```
> 3 %in% c(1,3,5,2,4)
[1] TRUE
> 3 %in% c(5,7,8)
[1] FALSE
```

Проверить принадлежность всего вектора некоторому другому вектору можно с помощью функции `all()`, возвращающей `TRUE` только если переданный ей логический вектор не содержит `FALSE`:

```
> c(1,5,3) %in% c(1,2,3,4,5)
[1] TRUE TRUE TRUE
> all(c(1,5,3) %in% c(1,2,3,4,5))
[1] TRUE
> c(1,7,5,3) %in% c(1,2,3,4,5)
[1] TRUE FALSE TRUE TRUE
> all(c(1,7,5,3) %in% c(1,2,3,4,5))
[1] FALSE
```

## Атомарные вектора

На данный момент мы рассматривали лишь числовые вектора. Но вектор могут содержать и другие типы данных - логические, символьные, целые, комплексные и т.д.. Все их будет объединять то, что они будут содержать один и только один тип данных, т.е. они будут так называемыми *атомарными векторами* (atomic vectors).

Создадим простой числовой вектор и применим к нему операции сравнения `<` (строго меньше), `>=` (больше или равно). Как и в случае арифметических операций, операторы `<` и `>=` будет применяться покомпонентно и породит логический вектор:

```
> num_vect <- c(2, 0.3, -7, 7)
> num_vect < 1
[1] FALSE TRUE TRUE FALSE
> num_vect >= 6
[1] FALSE FALSE FALSE TRUE
```

При необходимости вектор можно создавать и напрямую:

```
log_vect <- c(TRUE, FALSE, FALSE, TRUE) .
```

Точно также можно создать и символьный вектор:

```
> (my_char <- c("This", "is", "vector"))
[1] "This" "is" "vector"
```

## Приведение типов

Так как все элементы должны иметь один и тот же тип, то при попытке комбинирования объектов нескольких разных типов, они будут *приведены* к единому типу.

Так, комбинирование строк и чисел в одном векторе дает нам список строк:

```
> c("A text", 7L, 19.3)
[1] "A text" "7"      "19.3"
```

А комбинирование чисел и логических значений переводит TRUE в 1 и FALSE в 0:

```
> c(12, TRUE, FALSE, TRUE)
[1] 12  1  0  1
```

Порядок приведения базовых типов таков: `logical` > `integer` > `double` > `character` .

Приведение значений вектора может произойти и автоматически, например при передаче его как аргумента функции.

Это может быть весьма удобно. Например, мы можем использовать функцию `sum` , находящую сумму значений

```
> sum(2, 5, c(7, 1, 2))
[1] 17
```

чтобы найти количество истинных или ложных значений в логическом векторе:

```
> booleanVector <- c(F, T, T, T, F, F, T)
> v
[1] 4
> sum(!booleanVector)
[1] 3
```

Но автоматическое приведение типов может также быть и источником проблем, так как может привести к неожиданным результатам:

```
> 1 == "1"
[1] TRUE
> identical(1, "1")
[1] FALSE
```

Узнать текущий тип вектора можно с помощью функции `typeof`

```
> typeof(c(1,2L,3))
[1] "double"
> typeof(c(1L,2L))
[1] "integer"
> typeof(booleanVector)
[1] "logical"
```

# Списки

Вектора, которые мы создавали выше были так называемыми "атомарными векторами" (atomic vectors), способными содержать лишь один тип данных: числа, строки, логические значения и т.д.. Списки специальный тип векторов, способных содержать элементы различных типов.

Списки могут быть созданы с помощью функции `list()`, принимающей на вход произвольное количество аргументов:

```
> (x <- list(1, "a", TRUE, 1 + 4i))
[[1]]
[1] 1

[[2]]
[1] "a"

[[3]]
[1] TRUE

[[4]]
[1] 1+4i
```

Вывод содержания списка выглядит заметно сложнее такого вывода для атомарных векторов. Мы более детально изучим его ниже, пока же просто примите что индексы элементов указаны в двойных квадратных скобках.

Как и вектора, списки можно объединять в один при помощи функции `c()`:

```
> c(list(1, "yes!"), list(3, "no!"))
[[1]]
[1] 1

[[2]]
[1] "yes!"

[[3]]
[1] 3

[[4]]
[1] "no!"
```

## Индексация списков

Списки можно индексировать так же как и атомарные вектора:

```
> x[c(1,3)]
```

```
[[1]]
```

```
[1] 1
```

```
[[2]]
```

```
[1] TRUE
```

```
> x[4]
```

```
[[1]]
```

```
[1] 1+4i
```

```
> x[-1]
```

```
[[1]]
```

```
[1] "a"
```

```
[[2]]
```

```
[1] TRUE
```

```
[[3]]
```

```
[1] 1+4i
```

Также для списков сохраняется возможность символьной индексации:

```

> (y <- list(foo="word", FALSE, bar=7))
$foo
[1] "word"

[[2]]
[1] FALSE

$bar
[1] 7

> y[c("foo", "bar")]
$foo
[1] "word"

$bar
[1] 7

> y[c(1, 2)]
$foo
[1] "word"

[[2]]
[1] FALSE

> y[c(1, "bar")]
$<NA>
NULL

$bar
[1] 7

> y[2]
[[1]]
[1] FALSE

```

## Извлечение конкретных элементов

Можно заметить, что использованные способы индексации возвращают не сами элементы (атомарные вектора), а снова их списки. Это вполне естественно: списки могут содержать различные типы данных и мы просто не смогли бы представить `y[c(1, 2)]` в виде списка. `y[2]` могло бы вернуть нам логический вектор из одного элемента, но это сделало бы поведение оператора `[ ]` непоследовательным (более сложным и менее предсказуемым).

Поэтому для извлечения собственно значений из списка используется другой оператор - двойные квадратные скобки `[[ ]]`:

```
> x[[1]]
[1] 1
> x[[3]]
[1] TRUE
> y[[1]]
[1] "word"
> y[[2]]
[1] FALSE
```

Заметим, что он не пригоден для извлечения нескольких значений сразу, даже когда они имеют один и тот же тип:

```
Error in y[[c(1, 2)]] : subscript out of bounds
> y[[1,2]]
Error in y[[1, 2]] : incorrect number of subscripts
> list(1,2,3)[[c(1,2)]]
Error in list(1, 2, 3)[[c(1, 2)]] : subscript out of bounds
> list(1,2,3)[[1,2]]
Error in list(1, 2, 3)[[1, 2]] : incorrect number of subscripts
```

Операторы индексации можно сочетать друг с другом:

```
> list(c(1,2,3), c(4,5,6))[[2]][2]
[1] 5
```

Для извлечения одиночных именованных значений также можно использовать оператор `$` :

```
> y$foo
[1] "word"
> y$bar
[1] 7
> y$car
NULL
```

Его основное отличие от `[[ ]]` в том, что он не позволяет использовать "вычисленные" имена:

```
> name <- "foo"
> y[[name]]
[1] "word"
> y$name
NULL
```

### Замечание

Оператор `[[ ]]` также можно использовать для извлечения одиночных элементов из

атомарных векторов. В этом случае отличие от оператора [ ] будет состоять в том, что имя выбранного элемента будет забыто:

```
> (vect <- 1:10)
[1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
> (vect <- 1:3)
[1] 1 2 3
> (names(vect) <- c("do", "re", "mi"))
[1] "do" "re" "mi"
> vect
do re mi
1 2 3
> vect[2]
re
2
> vect[[2]]
[1] 2
```

## Подробнее о выводе списков

Как мы уже видели выше, вывод списков отличается от вывода векторов, даже для содержащих всего один элемент:

```
> (v <- c(TRUE))
[1] TRUE
> (l <- list(TRUE))
[[1]]
[1] TRUE
```

Почему-то в списках наш элемент индексируется двумя единицами!

Происходящее поможет объяснить вывод следующего списка из списка действительных чисел, именованной строки и комплексного числа:

```

> (z <- list(1:100, first="not", 6-5i))
[[1]]
 [1]  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 2
[30] 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 5
[59] 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 8
[88] 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100

$first
[1] "not"

[[3]]
[1] 6-5i

```

Как мы можем видеть из данного вывода, - именно число в двойных квадратных скобках указывает на номер элемента списка. А число в одиночных скобках - лишь часть стандартного вывода этого первого элемента, - атомарного вектора. Из вывода второго элемента списка мы видим что для именованных элементов индекс заменяется собственно именем.

Исследуйте самостоятельно вывод списков `x` и `y`, введенных выше как

```

> x <- list(1, "a", TRUE, 1 + 4i)
> y <- list(foo="word", FALSE, bar=7)

```

и убедитесь что понимаете какая часть к чему относится.

## Списки из списков

Разберем ещё случай вывода списка, содержащего списки. Чтобы, в случае встречи с такой конструкцией, вы не испугались.

Рассмотрим следующее:

```

> list(list("first", "here"), list("next", "there"))
[[1]]
[[1]][[1]]
[1] "first"

[[1]][[2]]
[1] "here"

[[2]]
[[2]][[1]]
[1] "next"

[[2]][[2]]
[1] "there"

```

Теперь только перед выводом первой строки "first" нам показывают четыре индекса! Зачем и что они обозначают?

Строки с одним индексом в двойных скобках ( [[1]] и [[2]] ) обозначают, что после них будут выводиться списки-компоненты нашего внешнего списка: list("first", "here") и list("next", "there") . Как и раньше.

Остальные строки составляют вывод вложенных списков-компонент с тем отличием, что теперь в двойных скобках указывается два индекса:

[[индекс\_вложенного\_списка]][[индекс\_его\_элемента]] . Происходящее снова становится понятнее, если мы добавим имена для наших списков:

```

> list(self=list("first", "here"), other=list("next", "there"))
$self
$self[[1]]
[1] "first"

$self[[2]]
[1] "here"

$other
$other[[1]]
[1] "next"

$other[[2]]
[1] "there"

```

О такой индексации можно думать как о структуре файловой системы: `$self[[2]]` сначала выбирает подсписок с именем `self`, а потом его второй элемент. Точно также `[[2]][[1]]` означает что мы сначала выбираем (во внешнем списке) второй список, а затем берем его первый элемент. Так же, как если бы мы хотели получить его значение:

```
> list(list("first", "here"), list("next", "there"))[[2]][[1]]
[1] "next"
```

Те же правила распространяются и на большую вложенность списков. Попробуйте сами предсказать, поиграть и разобраться с выводом списков на подобие:

```
folded_list <- list(list(1, TRUE), 7, list("yes!", list("no!", 8+3i, "oh my god!"), FALSE))
```

## Массивы

До сих пор мы рассматривали лишь одномерные вектора. Массивы это специальный тип векторов, позволяющие хранить многомерные, "прямоугольные" данные. "Прямоугольность" означает что каждая строка, каждый столбец и все их многомерные аналоги имеют одинаковую длину.

Основной способ создания массивов - функция `array()`, которой требуется передать вектор с исходными данными и измерения (длины столбцов и строк) массива, например:

```
> array(1:20, dim = c(4, 5))
     [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]    1    5    9   13   17
[2,]    2    6   10   14   18
[3,]    3    7   11   15   19
[4,]    4    8   12   16   20
```

Как можно видеть, массив заполняется из данного вектора по колонкам.

Синтаксис `dim =` означает, что мы передаём значение именно параметру с названием `dim`. Такая запись позволяет передавать значения параметрам в любом порядке и делает явным что именно значит каждое передаваемое функции значение.

Аналогично можно создать и массив большей размерности. При попытке вывести его значения в консоль вы увидите набор его двумерных срезов:

```
> array(1:80, dim = c(4, 5, 2, 2))
```

```
, , 1, 1
```

```
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]    1    5    9   13   17
[2,]    2    6   10   14   18
[3,]    3    7   11   15   19
[4,]    4    8   12   16   20
```

```
, , 2, 1
```

```
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]   21   25   29   33   37
[2,]   22   26   30   34   38
[3,]   23   27   31   35   39
[4,]   24   28   32   36   40
```

```
, , 1, 2
```

```
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]   41   45   49   53   57
[2,]   42   46   50   54   58
[3,]   43   47   51   55   59
[4,]   44   48   52   56   60
```

```
, , 2, 2
```

```
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]   61   65   69   73   77
[2,]   62   66   70   74   78
[3,]   63   67   71   75   79
[4,]   64   68   72   76   80
```

При необходимости можно также указать имена для отдельных строк и столбцов через список символьных векторов:

```
> array(1:20, dim = c(4, 5), dimnames = list(c("one", "two", "three", "four"), c("раз", "два", "
```

```
      раз          два          три
one           1           5           9
two           2           6          10
three         3           7          11
four          4           8          12
```

Заметим что следующий вызов приведет к тому же результату:

```
> array(1:20, dimnames = list(c("one", "two", "three", "four"), c("раз", "два", "три", "четыре",
...

```

Также вы можете преобразовать существующий одномерный вектор в массив, установив его размерности напрямую:

```
> vect <- 1:20
> dim(vect) <- c(4, 5)
> vect
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]    1    5    9   13   17
[2,]    2    6   10   14   18
[3,]    3    7   11   15   19
[4,]    4    8   12   16   20
```

Существенное отличие этого способа в том, что в векторе должно быть в точности подходящее количество элементов, чтобы организовать их в массив с данными измерениями:

```
> vect <- 1:20
> dim(vect) <- c(4, 6)
Error in dim(vect) <- c(4, 6) :
  dims [product 24] do not match the length of object [20]
> vect
 [1]  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
> dim(vect) <- c(4, 4)
Error in dim(vect) <- c(4, 4) :
  dims [product 16] do not match the length of object [20]
> vect
 [1]  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
```

При использовании же функции `array()` будет использовано только необходимое количество элементов из вектора, а при нехватке - переданный вектор будет повторен необходимое количество раз:

```
> array(1:1000000, dim = c(2, 2))
      [,1] [,2]
[1,]    1    3
[2,]    2    4
> array(1:3, dim = c(4, 5))
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]    1    2    3    1    2
[2,]    2    3    1    2    3
[3,]    3    1    2    3    1
[4,]    1    2    3    1    2
```

## Матрицы

Матрицы это, по сути, двумерные массивы. Для их создания можно использовать функцию `matrix`, которой вместо вектора `dim` передается либо количество строк (`nrow`), либо количество столбцов (`ncol`):

```
> matrix(1:20, nrow = 4)
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]   1   5   9  13  17
[2,]   2   6  10  14  18
[3,]   3   7  11  15  19
[4,]   4   8  12  16  20
> matrix(1:20, ncol = 5)
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]   1   5   9  13  17
[2,]   2   6  10  14  18
[3,]   3   7  11  15  19
[4,]   4   8  12  16  20
```

Как и массивы, матрицы заполняются из переданного вектора по колонкам. Но для функции `matrix()` это поведение можно изменить, указав `byrow = TRUE`:

```
> matrix(1:20, nrow = 4, byrow = TRUE)
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]   1   2   3   4   5
[2,]   6   7   8   9  10
[3,]  11  12  13  14  15
[4,]  16  17  18  19  20
```

Заметим, что хотя функция `matrix()` также "подгонит" данные из переданного вектора под размерности матрицы, в отличие от функции `array()` она выдаст предупреждение, если сочтет что данные плохо подходят в матрицу:

```

> matrix(1:20, ncol = 2, nrow = 3)
     [,1] [,2]
[1,]    1    4
[2,]    2    5
[3,]    3    6
Warning message:
In matrix(1:20, ncol = 2, nrow = 3) :
  data length [20] is not a sub-multiple or multiple of the number of rows [3]
> matrix(1:20, ncol = 7, nrow = 3)
     [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7]
[1,]    1    4    7   10   13   16   19
[2,]    2    5    8   11   14   17   20
[3,]    3    6    9   12   15   18    1
Warning message:
In matrix(1:20, ncol = 7, nrow = 3) :
  data length [20] is not a sub-multiple or multiple of the number of rows [3]

```

При этом:

```

> matrix(1:20, ncol = 8, nrow = 5)
     [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8]
[1,]    1    6   11   16    1    6   11   16
[2,]    2    7   12   17    2    7   12   17
[3,]    3    8   13   18    3    8   13   18
[4,]    4    9   14   19    4    9   14   19
[5,]    5   10   15   20    5   10   15   20
> matrix(1:20, ncol = 2, nrow = 2)
     [,1] [,2]
[1,]    1    3
[2,]    2    4

```

### Замечание

При необходимости вы можете заставить R не выводить предупреждений, обернув виновное выражение в `suppressWarnings()` :

```

> suppressWarnings(matrix(1:20, ncol = 7, nrow = 2))
     [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7]
[1,]    1    3    5    7    9   11   13
[2,]    2    4    6    8   10   12   14

```

Но не рекомендуем этим злоупотреблять.

## Получение размерностей

Размерности массивов и матриц можно получить в виде вектора просто используя функцию `dim()` :

```
> dim(array(1:20, dim = c(4, 5)))  
[1] 4 5  
> dim(matrix(1:20, ncol = 5))  
[1] 4 5
```

Если требуется получить именно количество строк или столбцов, то можно использовать функции `nrow()` и `ncol()` :

```
> ncol(mtr)  
[1] 5  
> nrow(mtr)  
[1] 4  
> ncol(arr)  
[1] 5  
> nrow(arr)  
[1] 4
```

Функции `dim()` , `nrow()` и `ncol()` возвращают `NULL` для обычных, одномерных векторов. Но есть специальные функции `ncol()` и `nrow()` , притворяющиеся что такие вектора это матрицы с одним столбцом:

```
> dim(c(1,2,3))  
NULL  
> nrow(c(1,2,3))  
NULL  
> ncol(c(1,2,3))  
NULL  
> NROW(c(1,2,3))  
[1] 3  
> NCOL(c(1,2,3))  
[1] 1  
> NROW(mtr)  
[1] 4  
> NCOL(arr)  
[1] 5
```

## Операции над матрицами и массивами

Операции `+` , `-` , `*` , `/` и `^` работают над матрицами и массивами поэлементно, как над обычными векторами:

```

> arr + mtr
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]    2   10   18   26   34
[2,]    4   12   20   28   36
[3,]    6   14   22   30   38
[4,]    8   16   24   32   40
> arr - mtr
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]    0    0    0    0    0
[2,]    0    0    0    0    0
[3,]    0    0    0    0    0
[4,]    0    0    0    0    0
> arr * mtr
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]    1   25   81  169  289
[2,]    4   36  100  196  324
[3,]    9   49  121  225  361
[4,]   16   64  144  256  400
> arr ^ 2
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]    1   25   81  169  289
[2,]    4   36  100  196  324
[3,]    9   49  121  225  361
[4,]   16   64  144  256  400
> arr / mtr
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]    1    1    1    1    1
[2,]    1    1    1    1    1
[3,]    1    1    1    1    1
[4,]    1    1    1    1    1

```

В добавок к этому существует ряд операций, специфичных для матриц:

| Операция | Описание                                   |
|----------|--|
| %%       | Матричное умножение                        |
| t()      | Транспонирование                           |
| solve()  | Обращение                                  |
| diag()   | Взятие диагональных элементов              |
| det()    | Найти детерминант                          |
| eigen()  | Нахождение собственных значений и векторов |

```

> (mtr <- matrix(1:20, nrow = 4))
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]    1    5    9   13   17
[2,]    2    6   10   14   18
[3,]    3    7   11   15   19
[4,]    4    8   12   16   20
> (m1 <- matrix(1:4, nrow = 2))
      [,1] [,2]
[1,]    1    3
[2,]    2    4
> (m2 <- matrix(1:2, nrow = 2))
      [,1]
[1,]    1
[2,]    2
> m1 %*% m2
      [,1]
[1,]    7
[2,]   10
> t(mtr)
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]    1    2    3    4
[2,]    5    6    7    8
[3,]    9   10   11   12
[4,]   13   14   15   16
[5,]   17   18   19   20
> t(m1)
      [,1] [,2]
[1,]    1    2
[2,]    3    4
> t(m2)
      [,1] [,2]
[1,]    1    2
> diag(m1)
[1] 1 4
> diag(m2)
[1] 1
> diag(mtr)
[1] 1 6 11 16
> det(m1)
[1] -2
> det(m2)
Error in determinant.matrix(x, logarithm = TRUE, ...) :
  'x' must be a square matrix
> det(mtr)
Error in determinant.matrix(x, logarithm = TRUE, ...) :
  'x' must be a square matrix
> solve(m1)
      [,1] [,2]
[1,]   -2  1.5
[2,]    1 -0.5

```

```
> solve(m2)
Error in solve.default(m2) : 'a' (2 x 1) must be square
```

## Комбинирование матриц

Стандартная функция комбинации `c()` разбирает матрицы в одномерные вектора перед их соединением:

```
> (m1 <- matrix(1:8, nrow=2))
  [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]   1   3   5   7
[2,]   2   4   6   8
> (m2 <- matrix(1:4, nrow=2))
  [,1] [,2]
[1,]   1   3
[2,]   2   4
> (m3 <- matrix(1:20, ncol = 4))
  [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]   1   6  11  16
[2,]   2   7  12  17
[3,]   3   8  13  18
[4,]   4   9  14  19
[5,]   5  10  15  20
> c(m1, m2)
 [1] 1 2 3 4 5 6 7 8 1 2 3 4
```

Для соединения матриц по столбцам и по строкам стоит можно использовать функции `rbind()` и `cbind()` соответственно.

```
> cbind(m1, m2)
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
[1,]   1   3   5   7   1   3
[2,]   2   4   6   8   2   4
> rbind(m1, m3)
  [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]   1   3   5   7
[2,]   2   4   6   8
[3,]   1   6  11  16
[4,]   2   7  12  17
[5,]   3   8  13  18
[6,]   4   9  14  19
[7,]   5  10  15  20
```

Но соответствующие измерения матриц должны совпадать, иначе вы просто получите ошибку:

```
> cbind(m1, m3)
Error in cbind(m1, m3) :
  number of rows of matrices must match (see arg 2)
```

## Упражнения

### Упражнение 1

Задайте вектора  $x$  и  $y$  следующим образом:

```
rand <- rnorm(20)
NAs <- rep(NA, 20)
x <- sample(c(rand, NAs), 20)
y <- x[!is.na(x)]
```

Сравните результаты  $x[x > 0]$ ,  $y[y > 0]$ . Объясните почему они не совпадают.

Получите вектор эквивалентный  $y[y > 0]$ , но без использования дополнительной переменной  $y$  (т.е. Вам дан  $x$  и Вы хотите извлечь из него все положительные числа не создавая новых переменных).

### Упражнение 2

Предскажите тип полученного вектора в результате следующих операций:

```
c(1, FALSE)
c("a", 1)
c(TRUE, 1L)
```

### Упражнение 3

Почему  $1 == "1"$  и  $-1 < FALSE$  истинны? А почему  $"one" < 2$  ложно?

### Упражнение 4

$n$ -ое треугольное число задается формулой  $\frac{n(n+1)}{2}$ .

Создайте последовательность 20 треугольных чисел. В R есть встроенный вектор `letters`, содержащий буквы английского алфавита. Назовите элементы созданного вами вектора первыми 20-ю буквами алфавита. Выберите только треугольные числа, названные гласными буквами.

## Упражнение 5

Функция `diag()` имеет больше вариантов использования, чем нами было указано выше. Найдите и прочитайте по ней справку. После чего используйте её для создания матрицы 15-на-15 с нулевыми недиагональными элементами и со следующей диагональю:

$7, \dots, 1, 0, 1, \dots, 7.$

## Упражнение 6

Продолжая упражнение 5, создайте с помощью `diag()` новую матрицу, 14-на-15 у которой лишь на диагонали единицы. Затем добавьте её сверху строку, состоящую из нулей, чтобы получить матрицу с единицам, смещенными вниз от главной диагонали на одну позицию.

Создайте ещё одну такую матрицу с единицами смещенными на позицию вверх.

Сложите полученные матрицы с матрицей из упражнения 5. У вас должна была получиться [матрица Вилкинсона](#).