Итоги семинара 02.03.21

Семинар был посвящен методам проверки гипотез на примере задачи об определении средней длительности действия обезболивающего препарата.

Постановка задачи:

На рынке имеется некоторый обезболивающий препарат А, действующий в среднем 24 часа. В конкуренцию к нему поступает препарат В, заявленное производителем действие которого превышает 24 часа. Требуется проверить так ли это на самом деле, если у нас есть результаты опроса 50 пациентов, принимавших препарат В, о длительности его действия. Считается, что ответы пациентов случайны и независимы между собой.

Подготовка к решению:

На данном этапе ввели понятие выборки как совокупности полученных ответов, обсудили случайную величину $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} X_j$: убедились, что она является случайной, обозначили её конкретную реализацию как $\overline{x}$, математическое ожидание и дисперсию μ и σ^2 соответственно. Кроме того, мы вспомнили закон больших чисел и заключили, что

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \approx \xi,$$

где ξ имеет стандартное нормальное распределение.

Решение задачи при помощи p-значения:

Мы сформулировали гипотезу, что препараты действуют одинаковое количество времени (т.е. 24 часа) и определение p-значения:

Определение 1. *p-значением называется вероятность, что при верной гипотезе результат будет ещё хуже, чем полученный в результате эксперимента.*

То есть, если за z обозначить конкретное значение Z, то p-значение
$p = P\left(|Z| > z\right).$
Далее, приняв дисперсию равной 200, и взяв математическое ожидание $\overline{X}$ равное 24, как при основной гипотезе, мы посчитали $Z = \frac{\overline{X}-24}{2}$. Основываясь на этой статистике, вычислили p-значение для разных результатов опроса $\overline{x}$ и, сравнивая его с каноничным $p = 0.05$, отвергали или принимали гипотезу.

Решение задачи при помощи тестирования гипотез:

Мы проделали 4 шага решения задачи этим методом.

Шаг 1. Сформулировали основную гипотезу $H_0 : \mu = 24$ и альтернативную $H_a : \mu = 28$. Были рассмотрены разные варианты альтернатив - простые, когда предполагается конкретное альтернативное распределение, и сложные, когда распределение не одно, а целый их класс.

Шаг 2. Ввели понятия ошибки первого и второго родов:

Определение 2. *Ошибкой i-го рода называется вероятность при верной i-ой гипотезе принять другую.*

Задали вероятность ошибки первого рода или, по-другому уровень значимости, равными 0.05

Шаг 3. Выбрали в качестве статистики и ассоциированного с ней распределения $Z = \frac{\overline{X}-24}{2}$ и стандартное нормальное. Пользуясь этой статистикой и её распределением, вычислили область в которую должно попадать значение $\overline{x}$, чтобы была принята основная гипотеза.

Шаг 4. Рассмотрели несколько значений $\overline{x}$, при некоторых из которых принималась H_0, а при других отвергалась.