17/11/20 - Вероятностные распределения

На семинаре мы расмотрели два модельных примера, случайность в которых описывается стандартными вероятностыми распределениями.

Страхование жизни

Будем предполагать, что компания **D** страхует жизни ровно на год, умирают все независимо и с одинаковой вероятностью p.
Мы установили, что в данных предположениях колличество смертей описывается биномиальным распределением:

$$\mathbf{P}(\text{«колличество смертей»} = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}.$$

Это распределение удобно и хорошо тем, что основная вероятность сосредоточена в малом промежутке, и поэтому, возвращаясь к нашей задаче со страховой компанией, мы можем с уверенностью сказать, сколько человек, скорее всего умрет, и, исходя из этого, строить ценовую политику.
Замечательной демонстацией биномиального распределения является доска Гальтона.

Обслуживание на кассе

Каждый день касса начинает работать в определенное время и обслуживает клиентов, приходящих в случайное время. Оказывается, времена приходов описываются показательным распределением, чья функция плотности выглядит следующим образом:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases},$$

где $\lambda > 0$.

Обозначим через X время ожидания клиента. Вероятность того, что X лежит в некотором интервале $[a,b]$ задается следующей формулой:

$$\mathbf{P}\left(X \in [a,b]\right) = \int_a^b f(x)dx.$$

Зададимся таким вопросом: сколько нам осталось ждать нового клиента, при условии, что мы его уже какое-то колличество времени прождали? Пусть $t,s > 0$. На семинаре мы показали, что

$$\mathbf{P}(X > s + t \mid X \geqslant s) = \mathbf{P}(X > t).$$

Это замечательное свойсто «нестарения» показательного распределения. Таким образом, коичество времени, уже затраченное кассиром на ожидание клиента, не влияет на время, которое ему ещё придётся прождать.