

Программа первого семестра курса «Случайные процессы»

1. Цепи Маркова. Определение. Основные свойства. Независимость "прошлого" и "будущего" при фиксации "настоящего".
2. Существенные и несущественные состояния. Классы сообщающихся состояний цепи Маркова. Теорема солидарности для периодов состояний.
3. Возвратность состояния цепи Маркова. Теорема солидарности для возвратных состояний цепи Маркова. Теорема солидарности для положительно возвратных состояний.
4. Теорема о том, что неразложимая цепь Маркова имеет стационарное распределение тогда и только тогда, когда все состояния положительно возвратны. Теорема о предельном поведении переходных вероятностей неразложимой непериодичной цепи Маркова.
5. Ветвящиеся процессы (процессы Гальтона-Ватсона). Вероятность вырождения.
6. Свойства однородных процессов с независимыми приращениями.
7. Пуассоновский процесс. Непрерывность слева (справа) траекторий пуассоновского процесса. Совместное распределение времен скачков пуассоновского процесса.
8. Пуассоновское поле и его свойства.
9. Винеровский процесс. Недифференцируемость его траекторий.
10. Теорема Колмогорова о существовании непрерывной модификации процесса. Непрерывность траекторий винеровского процесса.
11. Закон повторного логарифма.
12. Цилиндрическая σ -алгебра. Выборочное вероятностное пространство. Существование процесса с заданными конечномерными распределениями.
13. Гауссовские процессы.
14. Лемма Бореля-Кантелли
15. Марковские процессы с непрерывным временем. Критерий конечности процесса чистого рождения.
16. Переходные вероятности марковского процесса. Прямая и обратная системы дифференциальных уравнений Колмогорова.
17. Теорема о предельном поведении переходных вероятностей неразложимого марковского процесса.
18. Процесс рождения и гибели. Его стационарное распределение.
19. Функциональная центральная предельная теорема.