Допуск к контрольной работе № 1 по математической статистике
сдать до 20 октября 1999 г.

1. Пусть с.в. ξ — число годных изделий в коробке из 8 изделий, если вероятность выпуска годного изделия равна 0.6.
   (a) Нарисовать таблицу распределения с.в. ξ.
   (b) Нарисовать график функции $P(x) = \mathsf{P}(\xi = x)$.
   (c) Нарисовать график функции распределения ξ.
   (d) Найти математическое ожидание и дисперсию ξ.
   (e) Найти $\mathsf{P}(\xi < 4)$.
   (f) Разложить ξ в сумму (а) восьми; (б) четырех; (в) двух независимых и одинаково распределенных случайных величин. Описать подробно, что это за величины и с каким распределением.

2. Дискретное двумерное распределение случайного вектора (ξ, η) задается таблицей, часть данных в которой потеряна:

ξ \ η	1	2	5	6
1	0.14	0.06		
3	0.08		0.05	0.1

   Известно, что $\mathsf{P}(\xi = 1) = 0.35$ и $\mathsf{P}(\eta = 5) = 0.15$.
   (a) Заполнить пустые ячейки в таблице совместного распределения и нарисовать таблицы распределения с.в. ξ и η.
   (b) Проверить независимость с.в. ξ и η.
   (c) Найти ковариацию с.в. ξ и η.
   (d) Найти $\mathsf{D}(2\xi - \eta - 1)$.

3. Пусть ξ и η — произвольные случайные величины. Выписать формулы для вычисления: $\mathsf{E}(\xi + \eta)$; $\mathsf{E}(\xi - 2\eta)$; $\mathsf{E}(3\xi - \eta)$; $\mathsf{D}(\xi - \eta - 3)$; $\mathsf{D}(\xi + 3\eta)$; $\mathsf{D}(\xi - 5\eta)$.

4. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые с.в., имеющие распределение $\mathbf{U}_{(2,6)}$.
   (a) Найти функцию, плотность распределения и математическое ожидание с.в. $\max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.
   (b) Доказать по определению, что $\max(\xi_1, \ldots, \xi_n) \xrightarrow{\mathrm{p}} 6$.
   (c) Доказать, что $\frac{1}{4}\, n\, (6 - \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)) \Rightarrow \mathbf{E}_1$ (показательное распределение).
   (d) Найти функцию, плотность распределения и математическое ожидание с.в. $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.
   (e) Найти математическое ожидание с.в. $\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}$ и $\left(\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\right)^2$.
   (f) Выяснить, как себя ведут при $n \to \infty$ последовательности с.в.
   $\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}$, $\left(\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\right)^2$, $\dfrac{\xi_1^2 + \ldots + \xi_n^2}{n}$, $\sqrt{n}\left(\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n} - 4\right)$

5. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые с.в., имеющие распределение с плотностью
$$f(y) = \begin{cases} 3\mathrm{e}^{3y+3}, & \text{если } y \le -1, \\ 0, & \text{если } y > -1. \end{cases}$$
   (a) Найти функцию, плотность распределения и математическое ожидание с.в. $\max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.
   (b) Доказать по определению, что $\max(\xi_1, \ldots, \xi_n) \xrightarrow{\mathrm{p}} -1$.
   (c) Доказать, что $\max(\xi_1, \ldots, \xi_n) \xrightarrow{\mathrm{p}} -1$, используя связь сходимости по вероятности и по распределению.
   (d) Найти математическое ожидание с.в. $\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}$ и $\left(\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\right)^2$.
   (e) Выяснить, как себя ведут при $n \to \infty$ последовательности с.в.
   $\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n^2}$, $\left(\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\right)^2$, $\sqrt{n}\left(\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n} + \dfrac{4}{3}\right)$.

6. Найти квантили уровней 0.05, 0.5 и 0.8 для распределений а) $\mathbf{E}_1$; б) $\mathbf{U}_{(0,2)}$; в) $\mathbf{N}_{(1,4)}$.