

In English

“Introduction to stochastic differential equations”: the plan of the mini-course in December 2015.
Lectures will be in English; however, if necessary, questions and comment in Russian may be allowed.

Abstract

The general plan of the mini-course is to introduce the audience into the basic elementary notions of stochastic integration and stochastic differential equations (SDEs). Why is this important? Firstly, SDEs are one of the main tools of constructing continuous Markov processes in continuous time (although, the Markov property itself will not be covered due to the lack of time). Secondly, SDEs are highly important for the theory of partial differential equations (PDEs, mainly, elliptic and parabolic). Finally, they serve as a basis for numerous examples and applications in physics, biology, genetics, information theory, engineering, etc.

More precisely about the topics:

1. Wiener process (WP) and its properties.
2. Ito's stochastic integral and its main properties.
3. Quadratic variation of WP.
4. Ito's formula.
5. Girsanov's exponentials and Girsanov's theorem.
6. Martingale inequalities for stochastic integral.
7. Stochastic differential equations (SDE). Ito's theorem on existence and uniqueness of solutions.
8. The links of WP to Laplace equation.
9. Links of SDEs to PDEs.
10. Application to financial mathematics: Black-Merton-Scholes market and Black-Scholes formula [if time allows].

Not all rigorous proofs will be presented; however, in all cases the ideas and sketches of proofs will be shown.

Main literature

1. N. V. Krylov, Introduction to the Theory of Random Processes, Providence, Rhode Island, 2000.
2. [A. D. Wentzell](#), Course in the Theory of Stochastic Processes, McGraw-Hill Inc., US, 1981.
3. <http://maths-magic.ac.uk/course.php?id=205>
4. <http://www1.maths.leeds.ac.uk/~veretenn/math3733/index.htm>

Проф. А.Ю.Веретенников, Мини-курс “Введение в теорию стохастических дифференциальных уравнений”: план лекций, декабрь 2015. Лекции будут происходить на английском языке; однако, при необходимости вопросы и комментарии по-русски не исключаются.

Резюме

Общая цель мини-курса - познакомить слушателей с основными элементарными понятиями теории стохастического интегрирования и стохастических дифференциальных уравнений (СДУ). Почему/зачем? Во-первых, СДУ являются одним из главных примеров и способов построения непрерывных марковских процессов в непрерывном времени (хотя тема марковского свойства решения в курсе, судя по всему, затронута не будет из-за малого времени). Во-вторых, они исключительно важны для теории уравнений в частных производных (в основном, эллиптических и параболических), и многие важные результаты этой теории были на самом деле получены методами стохастического анализа. Наконец, на них основаны многочисленные примеры стохастических систем в приложениях к физике, биологии, генетике, теории информации, инженерным задачам, и др.

Немного более подробно о темах, которые предполагается осветить:

1. Винеровский процесс (ВП), его свойства.
2. Стохастический интеграл Ито и его основные свойства.
3. Квадратическая вариация ВП.
4. Формула Ито.
5. Экспоненты Гирсанова и теорема Гирсанова.
6. Мартингалные неравенства для стохастического интеграла Ито.
7. Стохастические дифференциальные уравнения (СДУ). Теорема Ито о существовании и единственности решения.
8. Связь ВП с уравнением Лапласа.
9. Связь СДУ с уравнениями в частных производных.
10. Приложение к финансовой математике: модель финансового рынка Блэка-Мерттона-Шоулса и формула Блэка-Шоулса [если время позволит].

Не предполагается доказывать абсолютно всё, но схемы и идеи доказательств во всех случаях будут показаны.

Основная литература

1. Н.В.Крылов, Введение в теорию случайных процессов, части 1, 2, МГУ, 1986-1987.
2. А.В.Булинский, А.Н.Ширяев, Теория случайных процессов. ФИЗМАТЛИТ, 2005.
3. <http://maths-magic.ac.uk/course.php?id=205>
4. <http://www1.maths.leeds.ac.uk/~veretenn/math3733/index.htm>