МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА
(6-й семестр)
Лектор — Артем Павлович Ковалевский

I. Случайные векторы

1. Многомерные функции распределения и их свойства. Дискретные случайные векторы. Условные распределения.

2. Многомерные абсолютно непрерывные распределения. Свойства многомерных плотностей распределения. Равномерное распределение в области.

3. Независимые случайные величины. Критерий независимости. Многомерное стандартное нормальное распределение. Распределение функции от независимых случайных величин.

4. Математические ожидания случайных векторов и функций от них. Неравенство Йенсена. Ковариация, коэффициент корреляции и их свойства.

5. Матрица ковариаций. Многомерное нормальное распределение и его свойства.

6. Моделирование случайных величин с дискретным и непрерывным распределением.

II. Характеристические функции и предельные теоремы

1. Характеристические и производящие функции: определения и свойства.

2. Распределение суммы независимых случайных величин, имеющих а) распределение Пуассона; б) гамма-распределение; в) нормальное распределение.

3. Распределение Максвелла—Больцмана. Распределение скоростей и энергий молекул газа. Распределение модуля скорости. Среднеквадратическая скорость.

4. Сходимость по распределению. Теорема о непрерывном соответствии. Сходимость по распределению к константе. Закон больших чисел Хинчина. Сходимость с вероятностью единица. Закон больших чисел Колмогорова.

5. Центральная предельная теорема. Теорема Муавра—Лапласа. Многомерная центральная предельная теорема. Моделирование нормальных случайных величин и векторов.

III. Обработка наблюдений и оценивание параметров

1. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения. Теорема Гливенко—Кантелли. Гистограмма и полигон частот.

2. Задача оценивания неизвестных параметров. Несмещенность, состоятельность оценок. Выборочные моменты и их свойства. Выборочные асимметрия и эксцесс.

3. Метод моментов. Состоятельность оценок, полученных методом моментов.

4. Метод максимального правдоподобия.

5. Среднеквадратический подход к сравнению оценок. Несравнимые оценки. Эффективные оценки.

6. Асимптотически нормальные оценки. Теорема об асимптотической нормальности оценок методом моментов. Асимптотический подход к сравнению оценок.

7. Задача линейной регрессии. Оценивание параметров. Модели с полиномиальным и циклическим трендом.

IV. Доверительные интервалы и проверка статистических гипотез

1. Распределения, связанные с нормальным (хи-квадрат, Стьюдента, Фишера). Распределение длины вектора, имеющего многомерное стандартное нормальное распределение.

2. Лемма Фишера. Теорема о свойствах выборочного среднего и выборочной дисперсии для выборок из нормальной совокупности.

3. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения.

4. Асимптотические доверительные интервалы.

5. Проверка гипотез, основные понятия. Критерии согласия Колмогорова, хи-квадрат. Построение критерия с помощью доверительного интервала.

6. Проверка гипотез в случае нескольких выборок. Критерий Колмогорова—Смирнова однородности двух выборок. Проверка гипотез о совпадении параметров двух нормальных совокупностей.

7. Проверка гипотезы о некоррелированности компонент двумерной нормальной выборки.

8. Построение доверительных интервалов и проверка гипотез для параметров линейной регрессии.

План семинаров

1-й семинар: Распределения случайных векторов.

2-й семинар: Преобразования случайных векторов.

3-й семинар: Моменты, ковариация, коэффициент корреляции.

4-й семинар: Матрица ковариаций. Многомерное нормальное распределение.

5-й семинар: Характеристические и производящие функции.

6-й семинар: Предельные теоремы.

7-й семинар: Выборка и выборочные характеристики. Оценивание неизвестных параметров методом моментов.

8-й семинар: Оценивание неизвестных параметров методом максимального правдоподобия.

9-й семинар: Среднеквадратический подход к сравнению оценок. Эффективные оценки.

10-й семинар: Оценивание параметров в задачах линейной регрессии.

11-й семинар: Интервальное оценивание.

12-й семинар: Статистические гипотезы и критерии.

13-й семинар: Статистические критерии для нескольких выборок.

14-й семинар: Прием заданий.

Индивидуальные задания

Задание 1

Точку бросают наудачу в треугольник с вершинами, координаты которых равны (0; 0), (8; 0), (21 – 2№; 17 – 2№). Здесь № — номер студента по списку группы. Найти одномерные функции распределения и плотности распределения декартовых координат точки. Построить графики плотностей распределения.

Задание 2

Случайные величины X_1 и X_2 независимы, имеют плотности распределения f_1 и f_2. Записать формулу для вычисления плотности распределения случайной величины Z.

Вариант 1. $Z = X_1/(X_2 - 1)$.

Вариант 2. $Z = (X_1 + 2)/X_2$.

Вариант 3. $Z = X_1^2(X_2 + 3)$.

Вариант 4. $Z = X_1(X_2 + 1)^2$.

Вариант 5. $Z = X_1(X_2 - 2)$.

Вариант 6. $Z = (X_1 - 3)/X_2^2$.

Вариант 7. $Z = X_1^3/X_2$.

Вариант 8. $Z = X_1(X_2 + 3)$.

Вариант 9. $Z = X_1^2/X_2^2$.

Вариант 10. $Z = X_1/(3 - X_2)$.

Вариант 11. $Z = (2 - X_1)/X_2^2$.

Вариант 12. $Z = X_1(X_2 - X_2^2)$.

Вариант 13. $Z = X_1^2 + (X_2 - 1)^2$.

Вариант 14. $Z = X_1^3(X_2 + 2)^3$.

Вариант 15. $Z = X_1/\sqrt{X_2^2 + 4}$.

Задание 3

Найти математические ожидания, дисперсии, ковариацию и коэффициент корреляции координат точки из задания 1.

Задание 4

Записать плотность двумерного нормального распределения вектора $\vec{Z}$ и найти преобразование, переводящее случайный вектор $\vec{Z} = (Z_1,\ Z_2)^T$ с нулевым вектором математического ожидания в случайный вектор $\vec{X} = (X_1,\ X_2)^T$ с двумерным стандартным нормальным распределением, если ковариационная матрица вектора $\vec{Z}$ равна:

Вариант 1. $\begin{pmatrix} 8 & 18 \\ 18 & 45 \end{pmatrix}$.

Вариант 2. $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 10 \end{pmatrix}$.

Вариант 3. $\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$.

Вариант 4. $\begin{pmatrix} 8 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$.

Вариант 5. $\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ 9 & 5 \end{pmatrix}$.

Вариант 6. $\begin{pmatrix} 10 & -4 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$.

Вариант 7. $\begin{pmatrix} 17 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

Вариант 8. $\begin{pmatrix} 104 & 12 \\ 12 & 2 \end{pmatrix}$.

Вариант 9. $\begin{pmatrix} 10 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

Вариант 10. $\begin{pmatrix} 8 & -6 \\ -6 & 5 \end{pmatrix}$.

Вариант 11. $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$.

Вариант 12. $\begin{pmatrix} 5 & -9 \\ -9 & 18 \end{pmatrix}$.

Вариант 13. $\begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 4 & 10 \end{pmatrix}$.

Вариант 14. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 17 \end{pmatrix}$.

Вариант 15. $\begin{pmatrix} 45 & -18 \\ -18 & 8 \end{pmatrix}$.

Задание 5

Найти константу C такую, что $X_1^2 + X_2^2$ совпадает по распределению со случайной величиной CY, где $(X_1,\ X_2)$ — вектор с двумерным стандартным нормальным распределением, а Y имеет показательное распределение с параметром № (здесь № — номер студента по списку группы).

Задание 6

100 раз подбрасывается игральная кость. Записать в виде двойного интеграла приближенную вероятность события:

Вариант 1. Выпало не менее 10 единиц и не менее 60 четных чисел.

Вариант 2. Выпало не менее 10 шестерок, а сумма выпавших чисел меньше 300.

Вариант 3. В сумме выпало не менее 400 очков, в том числе сумма выпавших четных чисел не менее 250.

Вариант 4. Выпало менее 20 единиц и менее 20 двоек.

Вариант 5. Сумма выпавших чисел не меньше 320, а тройка выпала не менее 10 раз.

Вариант 6. Пятерка и шестерка выпали всего не менее 20 раз, а единица и двойка — не менее 30 раз.

Вариант 7. Выпало не менее 70 нечетных чисел, в том числе не менее 20 пятерок.

Вариант 8. Выпало менее 15 двоек и не менее 60 нечетных чисел.

Вариант 9. Выпало не менее 10 единиц, а сумма выпавших чисел не меньше 400.

Вариант 10. В сумме выпало менее 300 очков, в том числе сумма выпавших нечетных чисел менее 200.

Вариант 11. Выпало не менее 15 шестерок и менее 20 единиц.

Вариант 12. Сумма выпавших чисел меньше 250, а четверка выпала не менее 15 раз.

Вариант 13. Пятерка и шестерка выпали всего менее 20 раз, а единица и двойка — менее 25 раз.

Вариант 14. выпало не менее 65 четных чисел, в том числе менее 20 шестерок.

Вариант 15. Выпало не менее 15 единиц и не менее 70 четных чисел.

Задание 7

По данной реализации выборки $\vec{x} = (x_1, \ldots, x_n)$:

а) построить графики эмпирической функции распределения, гистограммы и полигона частот (число промежутков выбрать в соответствии с формулой Стеджеса);

б) вычислить выборочные среднее, дисперсию, асимметрию и эксцесс.

Вариант 1. (1; 2; 0; 0; 4; 6; 6; 2; 3)

Вариант 2. (0; 7; 1; 0; -1; 6; -1; 2; 3; 4)

Вариант 3. (8; 2; 3; 3; 1; 5; 5; 2)

Вариант 4. (-1; 4; 1; 1; -1; 0; 3; 2; 3)

Вариант 5. (3; -2; -4; 0; -4; 2; 1; 0; 0; 0)

Вариант 6. (1; 2; 0; 0; 4; 6; 6; 2; 3)

Вариант 7. (1; 2; 0; 0; 4; 6; 6; 2; 3)

Вариант 8. (3; -4; 1; 2; 2; -6; 5; 3; -4)

Вариант 9. (-2; 2; 4; -2; 7; -3; 0; 2; 0; -1)

Вариант 10. (-1; 3; 1; 0; -3; 8; -3; 2)

Вариант 11. (0; 0; 0; 0; 1; 5; 4; 2; 1; 3)

Вариант 12. (1; -2; 0; 0; -4; 6; -6; -2; 3)

Вариант 13. (1; 2; 8; 8; 4; 1; 1; 2; 3)

Вариант 14. (5; -2; -3; 0; 4; 0; 5; 2)

Вариант 15. (4; 0; 4; 0; 2; 2; 2)

Задание 8

Найти оценки параметра по первому и второму моменту и методом максимального правдоподобия.

Вариант 1. Случайные величины принимают значения 0, 1, 2 с вероятностями

$$\mathbf{P}\{X=0\} = (1-p)^2,\ \mathbf{P}\{X=1\} = 2p(1-p),\ \mathbf{P}\{X=2\} = p^2.$$

Вариант 2. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\theta} e^{-x^2/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

Вариант 3. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2}{\theta} e^{-x^3/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

Вариант 4. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\theta\sqrt{x}} e^{-\sqrt{x}/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

Вариант 5. Случайные величины принимают значения 1, 2, 3 с вероятностями

$$\mathbf{P}\{X = 1\} = p^2,\ \mathbf{P}\{X = 2\} = 2p(1-p),\ \mathbf{P}\{X = 3\} = (1-p)^2.$$

Вариант 6. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3\sqrt{x}}{2\theta} e^{-x\sqrt{x}/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

Вариант 7. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} x^{-(\theta+1)/\theta} & \text{при } x > 1; \\ 0 & \text{при } x \le 1. \end{cases}$$

Вариант 8. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} (\theta - 1) x^{-\theta} & \text{при } x > 1; \\ 0 & \text{при } x \le 1. \end{cases}$$

Вариант 9. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\theta^2} e^{-x/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

Вариант 10. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2\theta^3} e^{-x/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

Вариант 11. Случайные величины принимают значения 0, 1, 2, 3 с вероятностями

$$\mathbf{P}\{X = 0\} = (1-p)^3,\ \mathbf{P}\{X = 1\} = 3p(1-p)^2,$$
$$\mathbf{P}\{X = 2\} = 3p^2(1-p),\ \mathbf{P}\{X = 3\} = p^3.$$

Вариант 12. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\pi\theta}} e^{-x^2/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

Вариант 13. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x^3}{\theta} e^{-x^4/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

Вариант 14. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\theta} e^{-2x/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

Вариант 15. Случайные величины принимают значения 2, 3, 4 с вероятностями

$$\mathbf{P}\{X = 2\} = p^2,\ \mathbf{P}\{X = 3\} = 2p(1-p),\ \mathbf{P}\{X = 4\} = (1-p)^2.$$

Задание 9

Исследовать состоятельность и несмещенность оценок, полученных в задании 8. Для несмещенных оценок исследовать их эффективность.

Задание 10

Для данной реализации $\vec{Y} = (Y_1, \dots, Y_n)$ рассмотреть трендовые трехпараметрические модели:

а) модель с синусоидальным трендом

$$Y_j = a_0 + a_1 \cos\frac{2\pi j}{n} + b_1 \sin\frac{2\pi j}{n} + \varepsilon_j;$$

б) модель с квадратическим трендом

$$Y_j = a + bj + cj^2 + \varepsilon_j.$$

Оценки параметров найти по методу наименьших квадратов.

Для каждой из моделей вычислить долю объясненной дисперсии.

Выбрать ту модель, для которой доля объясненной дисперсии является наибольшей. Построить график выбранной линии регрессии.

Вариант 1. -1,8 -6,4 -13,3 -22,2

Вариант 2. 0,6 3,1 3,6 1,6

Вариант 3. 4,8 3,1 0,1 -4,6

Вариант 4. -2,0 0,0 2,8 2,5

Вариант 5. 1,8 -2,6 -9,7 -19,2

Вариант 6. 5,5 0,5 -0,7 2,6

Вариант 7. -1,5 0,1 4,3 10,1

Вариант 8. -3,1 -0,7 2,7 1,7

Вариант 9. -0,4 -4,8 -11,6 -21,2

Вариант 10. 1,6 4,2 5,4 3,0

Вариант 11. 3,9 3,3 -0,1 -5,1

Вариант 12. -3,0 0,0 2,0 2,2

Вариант 13. 2,4 -2,6 -10,0 -19,0

Вариант 14. 5,3 0,2 -0,9 3,3

Вариант 15. 2,2 0,2 3,7 10,5

Задание 11

Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти точечные оценки и доверительные интервалы уровня 0,95 для математического ожидания и дисперсии. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому отклонению, и график оценки плотности распределения.

Вариант 1. 2,3 1,7 2,7 2,0 2,0 1,6

Вариант 2. 1,6 1,9 2,8 2,2 2,2 1,9

Вариант 3. 2,3 2,8 2,7 2,7 2,2 0,8

Вариант 4. 2,0 1,5 2,2 2,1 2,0 2,0

Вариант 5. 2,9 2,3 2,3 1,5 2,1 2,0

Вариант 6. 2,0 1,8 0,9 1,9 1,4 2,0

Вариант 7. 1,9 1,6 2,1 0,7 1,4 2,2

Вариант 8. 3,0 0,4 2,2 0,2 2,6 1,7

Вариант 9. 2,1 1,5 1,8 2,0 1,8 1,4

Вариант 10. 1,5 1,7 2,2 1,7 2,7 2,7

Вариант 11. 1,6 2,1 1,9 1,8 0,5 3,1

Вариант 12. 1,9 2,6 2,1 2,9 1,6 1,0

Вариант 13. 2,4 1,2 2,3 2,9 2,6 1,6
Вариант 14. 2,4 1,5 2,2 2,2 2,0 1,6
Вариант 15. 1,7 2,1 3,2 2,0 3,5 3,1

Задание 12

По критерию Колмогорова и по критерию хи-квадрат Пирсона проверить гипотезу о том, что выборка из равномерного распределения на отрезке [0; 2]. Оценить достигаемый уровень значимости и сделать вывод о принятии гипотезы на уровне 0,1; на уровне 0,01; на уровне 0,001.

Вариант 1. 0,2 1,3 0,2 1,9 1,5 1,5 1,1 0,5 0,3 1,8 0,5 1,3 0,9 1,9 1,9 2,0
Вариант 2. 1,3 1,5 1,8 1,1 1,4 1,6 0,7 1,4 1,5 0,4 0,1 1,6 0,1 0,9 0,4 1,5
Вариант 3. 1,7 1,5 0,8 1,4 1,3 0,3 0,7 1,2 0,4 0,6 0,6 1,9 1,8 1,3 0,7 0,2
Вариант 4. 0,6 0,5 0,0 0,5 0,5 0,1 0,4 1,1 1,2 1,0 1,8 0,1 1,2 0,0 0,0 1,4
Вариант 5. 1,9 1,3 1,5 0,7 0,0 0,5 0,4 1,6 1,1 1,7 1,9 0,6 1,9 0,8 1,2 0,7
Вариант 6. 1,0 0,9 1,0 0,6 0,0 1,4 1,4 1,2 0,2 1,4 1,7 1,4 0,2 1,9 1,8 1,4
Вариант 7. 1,6 0,6 1,9 0,6 1,2 1,8 1,2 1,1 1,4 0,3 1,5 0,8 1,1 1,4 1,9 1,2
Вариант 8. 1,2 1,3 0,6 1,8 0,1 1,5 1,0 0,5 0,2 0,8 0,6 0,9 1,3 1,9 1,6 0,5
Вариант 9. 1,7 1,1 0,3 0,2 0,5 0,5 1,6 1,4 1,5 1,3 1,6 0,6 1,8 0,8 0,8 0,3
Вариант 10. 1,4 0,7 0,1 0,6 0,5 1,3 0,3 1,6 0,2 0,8 1,1 0,1 1,3 1,1 0,7 1,8
Вариант 11. 0,3 1,8 0,9 0,3 1,9 1,5 0,9 0,0 0,9 1,2 0,4 0,9 0,5 0,6 1,3 0,1
Вариант 12. 0,9 0,9 0,9 1,0 2,0 0,9 0,3 0,3 1,0 0,1 1,5 0,7 0,4 0,5 0,3 2,0
Вариант 13. 0,8 0,7 1,8 0,3 1,0 1,4 1,4 0,9 0,2 1,9 2,0 1,4 0,6 0,7 1,6 0,9
Вариант 14. 1,1 1,2 0,6 1,7 1,1 0,9 0,4 0,0 0,8 1,7 1,8 0,1 1,2 0,6 1,3 0,6
Вариант 15. 1,9 1,7 1,8 1,8 2,0 1,7 0,1 0,1 1,0 0,7 1,8 2,0 1,4 0,0 0,6 1,2

Задание 13

Предполагая, что $\vec{X}$ и $\vec{Y}$ — независимые выборки из нормального распределения, проверить гипотезы:

а) о равенстве дисперсий против двустронней альтернативы;

б) о равенстве математических ожиданий против двусторонней альтернативы;

в) о равенстве математических ожиданий против альтернативы, состоящей в том, что математическое ожидание выборки $\vec{X}$ больше, чем математическое ожидание выборки $\vec{Y}$ (в пунктах (б), (в) предполагается, что неизвестные дисперсии выборок равны между собой);

Предполагая, что $(\vec{X},\ \vec{Y})$ — выборка из двумерного нормального распределения, проверить гипотезу об отсутствии корреляции между $\vec{X}$ и $\vec{Y}$.

Найти достигаемый уровень значимости и сделать вывод о том, принимается ли гипотеза на уровне 0,1; на уровне 0,05; на уровне 0,02.

Вариант 1.
X 1,0 1,4 1,1 0,5 2,2
Y 2,4 2,0 2,3 1,8 1,1
Вариант 2.
X 1,6 1,9 1,3 1,6 1,3
Y 1,7 2,8 2,3 2,3 3,1
Вариант 3.
X 0,5 2,3 0,6 2,2 1,7
Y 0,5 2,1 0,1 1,9 2,0
Вариант 4.
X 1,3 1,3 0,7 0,8 1,8
Y 1,2 1,4 1,6 1,5 1,6
Вариант 5.
X 0,7 1,4 2,0 1,6 1,4

Y 2,8 3,3 2,4 3,2 2,2
Вариант 6.
X 1,4 2,0 1,9 0,9 2,4
Y 1,8 1,7 2,2 1,0 2,6
Вариант 7.
X 1,4 2,1 1,8 2,1 0,8
Y 1,8 1,2 1,4 1,2 0,8
Вариант 8.
X 1,3 1,3 1,7 0,9 1,9
Y 3,4 2,5 2,2 2,8 3,2
Вариант 9.
X 2,0 1,6 0,9 0,9 0,9
Y 1,5 1,2 0,6 0,5 0,6
Вариант 10.
X 2,2 0,3 1,6 0,7 0,9
Y 2,0 1,6 2,8 2,1 1,1
Вариант 11.
X 1,0 2,1 1,8 2,1 1,3
Y 2,0 2,0 2,5 2,3 3,0
Вариант 12.
X 0,5 1,6 2,4 0,5 2,0
Y 0,2 1,6 2,9 0,4 1,8
Вариант 13.
X 2,3 1,6 1,7 0,9 0,9
Y 0,9 1,1 1,2 1,9 1,4
Вариант 14.
X 1,0 1,8 1,1 1,6 0,8
Y 2,5 2,8 2,7 2,2 2,3
Вариант 15.
X 1,7 1,2 1,1 2,6 1,3
Y 1,2 1,2 1,3 2,5 1,3

Список литературы

1. *Бородин А.Н.* Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. — СПб., 1999. — 223 с.

2. *Коршунов Д.А., Чернова Н.И.* Сборник задач и упражнений по математической статистике. — Новосибирск, 2001. — 120 с.

3. *Лотов В.И.* Теория вероятностей и математическая статистика. — Новосибирск: НГУ, 2006. — 128 с.

4. *Свешников А.А. и др.* Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. — М., 1970. — 656 с.

5. *Чернова Н.И.* Математическая статистика. — Новосибирск: НГУ, 2007. — 148 с.

Источники Интернет

1. *Лотов В.И.* Лекции по теории вероятностей и математической статистике.
http://www.nsu.ru/mmf/tvims/lotov/tv&ms_ff.pdf

2. *Коршунов Д.А., Фосс С.Г.* Сборник задач и упражнений по теории вероятностей.
http://www.math.nsc.ru/LBRT/v1/dima/ExerciseProbability2.pdf

3. *Коршунов Д.А., Чернова Н.И.* Сборник задач и упражнений по математической статистике.
http://www.math.nsc.ru/LBRT/v1/dima/ExerciseStatistics2.pdf

4. *Чернова Н.И.* Лекции по теории вероятностей.
http://www.nsu.ru/mmf/tvims/chernova/tv/index.html
5. *Чернова Н.И.* Лекции по математической статистике.
http://www.nsu.ru/mmf/tvims/chernova/ms/lec/ms.html

Программу составил доцент А. П. Ковалевский