

Ватутин В.А., Дьяконова Е.Е. (Математический институт им. В.А.Стеклова РАН, Москва, Россия) **Размер популяции критического ветвящегося процесса с бесконечной дисперсией в зоне малых уклонений.**

Рассматривается ветвящийся процесс Гальтона-Ватсона $Z(n)$, $n \geq 0$, с производящей функцией $f(s) := \mathbf{E}s^\xi$ числа ξ непосредственных потомков одной частицы. Пусть

$$f_0(s) = s \quad \text{и} \quad f_n(s) = f(f_{n-1}(s)), \quad n = 1, 2, \dots$$

Будем предполагать, что

$$\mathbf{E}\xi = 1, \quad f(s) = \mathbf{E}s^\xi = s + (1-s)^{1+\alpha} L(1-s), \quad 0 \leq s \leq 1, \quad (1)$$

где $\alpha \in (0, 1)$ и $L(z)$ — медленно меняющаяся функция при $z \downarrow 0$. Известно, что если выполнено условие (1), то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{P}((1 - f_n(0))Z(n) \leq x | Z(n) > 0, Z(0) = 1) = M(x),$$

где $M(x)$ — собственное невырожденное распределение, $M(0) = 0$.

Таким образом, при условии невырождения к моменту n размер популяции критического ветвящегося процесса Гальтона-Ватсона в этот момент имеет порядок $1/(1 - f_n(0))$.

Пусть теперь $\varphi(n)$, $n = 1, 2, \dots$, — детерминированная функция такая, что при $n \rightarrow \infty$

$$\varphi(n) \rightarrow \infty \quad \text{и} \quad \varphi(n) = o(n). \quad (2)$$

Заметим, что в этом случае $1 - f_n(0) = o(1 - f_{\varphi(n)}(0))$ при $n \rightarrow \infty$.

Таким образом, при условии невырождения к моменту n значения порядка $1/(1 - f_{\varphi(n)}(0))$ являются для случайной величины $Z(n)$ нетипичными. Именно такая ситуация и рассматривается в докладе.

Точнее, в предположении, что выполнены условия (1) и (2), мы опишем как, в зависимости от соотношения между параметрами $m < n$, меняется предел распределения соответствующим образом нормированной случайной величины $Z(m)$ при условии

$$0 < Z(n) < 1/(1 - f_{\varphi(n)}(0))$$

и $n \rightarrow \infty$.

Благодарности Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда N 24-11-00037 <https://rscf.ru/ru/project/24-11-00037/>