1. Пусть ξ_1, ξ_2, … — независимые случайные величины с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 2x-2, & \text{если } x \in [1,\,2], \\ 0, & \text{если } x \notin [1,\,2]. \end{cases}$$

Доказать, что $\min(\xi_1,\ldots,\xi_n) \xrightarrow{\mathrm{p}} 1$.

2. Пусть ξ_1, ξ_2, … $\Subset \mathrm{U}_{0,1}$ — независимые случайные величины,

$$\varphi_n = \frac{\xi_1^7+\ldots+\xi_n^7}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = \left(\frac{\xi_1+\ldots+\xi_n}{n}\right)^7.$$

Проверить, существуют ли $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{E}\varphi_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{E}\psi_n$ (если да, найти их).

3. Пусть ξ_1, ξ_2, … $\Subset \mathrm{U}_{1,\,2}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n\cdot\big(2-\max(\xi_1,\ldots,\xi_n)\big)$ при $n\to\infty$.

4. Правильную монету подбрасывают 900 раз. Найти вероятность того, что выпадет от 426 до 480 гербов.

5. Пусть $\xi_n \Subset \Pi_{1+1/n}$ для $n=1,2,\ldots$, и случайные величины ξ_1, ξ_2, … независимы. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность ЗБЧ.

6.* Пусть ξ_1, ξ_2, … — независимые случайные величины, каждая из которых имеет равномерное распределение в отрезке $[-2,\,4]$. Выяснить, как ведёт себя при $n\to\infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}}\sum_{i=1}^{n}(\xi_{2i-1}-\xi_{2i})^2 - 6\sqrt{n}.$$

Ф.И.О.						Номер группы
1	2	3	4	5	6	$\sum$

---

1. Пусть ξ_1, ξ_2, … — независимые случайные величины с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 4-2x, & \text{если } x \in [1,\,2], \\ 0, & \text{если } x \notin [1,\,2]. \end{cases}$$

Доказать, что $\max(\xi_1,\ldots,\xi_n) \xrightarrow{\mathrm{p}} 2$.

2. Пусть ξ_1, ξ_2, … $\Subset \mathrm{U}_{0,\,3}$ — независимые случайные величины, $\varphi_n = \sqrt{3\cdot\dfrac{\xi_1^2+\ldots+\xi_n^2}{n}}$.

Проверить, существует ли $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{E}\varphi_n$ (если да, найти его).

3. Пусть ξ_1, ξ_2, … $\Subset \mathrm{U}_{1,\,3}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n\cdot\big(\min(\xi_1,\ldots,\xi_n)-1\big)$ при $n\to\infty$.

4. Вероятность появления события A в каждом из 100 независимых опытов постоянна и равна $p=0{,}8$. Найти вероятность того, что событие A произойдёт не менее 75, но не более 90 раз.

5. Пусть $\xi_n \Subset \mathrm{B}_{p(n)}$, где $p(n)\in(0,\,1)$ — произвольные вероятности, и случайные величины ξ_1, ξ_2, … независимы. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность ЗБЧ.

6.* Пусть ν_n — число единиц при n бросаниях правильной игральной кости, а μ_n — число шестёрок. Выяснить, как ведёт себя при $n\to\infty$ последовательность $\dfrac{\nu_n-\mu_n}{\sqrt{n}}$ при $n\to\infty$.

Ф.И.О.						Номер группы
1	2	3	4	5	6	$\sum$

1. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — независимые случайные величины с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 2x-4, & \text{если } x \in [2,\,3], \\ 0, & \text{если } x \notin [2,\,3]. \end{cases}$$

Доказать, что $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n) \xrightarrow{\text{p}} 2$.

2. Пусть ξ_1, ξ_2, ... $\Subset \mathrm{U}_{-1,1}$ — независимые случайные величины,

$$\varphi_n = \frac{\xi_1^4 + \ldots + \xi_n^4}{n} \quad \text{и } \psi_n = \left(\frac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\right)^4.$$

Проверить, существуют ли $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{E}\varphi_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{E}\psi_n$ (если да, найти их).

3. Пусть ξ_1, ξ_2, ... $\Subset \mathrm{U}_{1,\,4}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n \cdot \bigl(4 - \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)\bigr)$ при $n \to \infty$.

4. Симметричную игральную кость бросают 12 000 раз. Найти вероятность того, что число выпавших единиц заключено между 1 918 и 2 082.

5. Пусть $\xi_n \Subset \mathrm{N}_{1/n,\,2/n}$, и случайные величины ξ_1, ξ_2, ... независимы. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность ЗБЧ.

6.* Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots \Subset \Pi_\lambda$ — независимые случайные величины. Выяснить, как ведёт себя при $n \to \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}}\sum_{i=1}^{n}(\xi_{2i-1} - \xi_{2i}) - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\xi_{2i-1} - \xi_{2i}).$$

Ф.И.О.						Номер группы
1	2	3	4	5	6	$\sum$

---

1. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — независимые случайные величины с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 6-2x, & \text{если } x \in [2,\,3], \\ 0, & \text{если } x \notin [2,\,3]. \end{cases}$$

Доказать, что $\max(\xi_1, \ldots, \xi_n) \xrightarrow{\text{p}} 3$.

2. Пусть ξ_1, ξ_2, ... $\Subset \mathrm{U}_{0,\,\pi/2}$ — независимые случайные величины, и пусть $\varphi_n = \dfrac{\cos\xi_1 + \ldots + \cos\xi_n}{n}$ и $\psi_n = \cos\left(\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\right)$. Проверить, существуют ли $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{E}\varphi_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{E}\psi_n$ (если да, найти их).

3. Пусть ξ_1, ξ_2, ... $\Subset \mathrm{U}_{2,\,5}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n \cdot \bigl(\min(\xi_1, \ldots, \xi_n) - 2\bigr)$ при $n \to \infty$.

4. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,4. Найти вероятность того, что при 900 выстрелах произойдёт от 315 до 390 попаданий.

5. Пусть $\xi_n \Subset \Pi_{1/n^2}$, и случайные величины ξ_1, ξ_2, ... независимы. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность ЗБЧ.

6.* Пусть ξ_1, ξ_2, ... $\Subset \mathrm{U}_{0,\,4}$ — независимые случайные величины. Выяснить, как ведёт себя при $n \to \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}}\left(\sum_{i=1}^{n}\xi_i - \sum_{i=n+1}^{2n}\xi_i\right).$$

Ф.И.О.						Номер группы
1	2	3	4	5	6	$\sum$