**1.** Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность случайных величин, распределение каждой из которых зависит от её номера так: $\xi_n \in \mathrm{E}_n$. Доказать, что $\sqrt{n} \cdot \xi_n \xrightarrow{\mathrm{p}} 0$.

**2.** Пусть $\xi_1,\ \xi_2,\ \ldots \in \mathrm{U}_{0,\theta}$ — независимые случайные величины, где $\theta > 0$, $\varphi_n = \sqrt{3 \cdot \dfrac{\xi_1^2 + \ldots + \xi_n^2}{n}}$.

Проверить, существует ли $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{E}\varphi_n$ (если да, найти его).

**3.** Пусть $\xi_1,\ \xi_2,\ \ldots \in \mathrm{U}_{1,2}$ — независимые случайные величины, $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти любую последовательность чисел $c_n$ такую, что

$$\mathsf{P}\left(S_n < c_n\right) \to 0{,}2 \text{ при } n \to \infty.$$

**4.** Стрелок, попадающий по мишени с вероятностью 0,6, стреляет 100 раз. Найти вероятность получить от 46 до 70 попаданий.

**5.** Пусть случайная величина $\xi_n$ имеет функцию распределения $F_{\xi_n}(x) = x^{a_n}$ при $0 < x < 1$, $n = 1, 2, \ldots$ Здесь $a_n = \dfrac{3}{2^n}$. Случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы.

Найти, куда слабо сходится последовательность случайных величин $\eta_n = \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.

**6.*** Пусть $\xi_1,\ \xi_2,\ \ldots$ — независимые случайные величины, каждая из которых имеет равномерное распределение в отрезке $[-2,\ 4]$. Выяснить, как ведёт себя при $n \to \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} (\xi_{2i-1} - \xi_{2i})^2 - 6\sqrt{n}.$$

| Ф.И.О. | | | | | | Номер группы |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $\sum$ |
| | | | | | | |

---

**1.** Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots \in \mathrm{E}_1$. Доказать, что $\dfrac{\xi_n}{\ln n} \xrightarrow{\mathrm{p}} 0$.

**2.** Пусть $\xi_1,\ \xi_2,\ \ldots \in \mathrm{U}_{0,\theta}$ — независимые случайные величины, где $\theta > 0$, $\varphi_n = \sqrt[3]{4 \cdot \dfrac{\xi_1^3 + \ldots + \xi_n^3}{n}}$.

Проверить, существует ли $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{E}\varphi_n$ (если да, найти его).

**3.** Пусть $\xi_1,\ \xi_2,\ \ldots \in \mathrm{B}_{2,1/2}$ — независимые случайные величины, $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти любую последовательность чисел $c_n$ такую, что

$$\mathsf{P}\left(S_n < c_n\right) \to 0{,}3 \text{ при } n \to \infty.$$

**4.** Монета выпадает гербом с вероятностью 0,3. Найти вероятность получить от 102 до 130 гербов при 400 бросках.

**5.** Пусть случайная величина $\xi_n$ имеет функцию распределения $F_{\xi_n}(x) = x^{a_n}$ при $0 < x < 1$, $n = 1, 2, \ldots$ Здесь $a_n = \dfrac{2^n}{n!}$. Случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы.

Найти, куда слабо сходится последовательность случайных величин $\eta_n = \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.

**6.*** Пусть $\xi_1, \xi_2,\ \ldots \in \mathrm{E}_4$ — независимые случайные величины. Выяснить, как ведёт себя при $n \to \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \left( \sum_{i=1}^{n} \xi_i - \sum_{i=n+1}^{2n} \xi_i \right).$$

| Ф.И.О. | | | | | | Номер группы |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $\sum$ |
| | | | | | | |

**1.** Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность случайных величин, распределение каждой из которых зависит от её номера так: $\xi_n \in \mathrm{E}_{1/n}$. Доказать, что $\dfrac{\xi_n}{n^2} \xrightarrow{\mathrm{p}} 0$.

**2.** Пусть $\xi_1,\, \xi_2,\, \ldots \in \mathrm{U}_{0,\theta}$ — независимые случайные величины, где $\theta > 0$, $\varphi_n = \sqrt[4]{5 \cdot \dfrac{\xi_1^4 + \ldots + \xi_n^4}{n}}$.

Проверить, существует ли $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{E}\varphi_n$ (если да, найти его).

**3.** Пусть $\xi_1,\, \xi_2,\, \ldots \in \mathrm{U}_{0,4}$ — независимые случайные величины, $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти любую последовательность чисел $c_n$ такую, что

$$\mathsf{P}\,(S_n < c_n) \to 0{,}4 \text{ при } n \to \infty.$$

**4.** При закалке тонкостенной детали брак возникает в 25% случаев. Найти вероятность, что при закалке 300 деталей будет испорчено от 60 до 83 штук.

**5.** Пусть случайная величина $\xi_n$ имеет функцию распределения $F_{\xi_n}(x) = x^{a_n}$ при $0 < x < 1$, $n = 1, 2, \ldots$ Здесь $a_n = \dfrac{1}{n}$. Случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы.

Найти, куда слабо сходится последовательность случайных величин $\eta_n = \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.

**6.*** Пусть $\nu_n$ — число единиц при $n$ бросаниях правильной игральной кости, а $\mu_n$ — число шестёрок. Выяснить, как ведёт себя при $n \to \infty$ последовательность $\dfrac{\nu_n - \mu_n}{\sqrt{n}}$ при $n \to \infty$.

| Ф.И.О. | | | | | | Номер группы |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $\sum$ |
| | | | | | | |

---

**1.** Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность случайных величин, распределение каждой из которых зависит от её номера так: $\xi_n \in \mathrm{E}_{n^2}$. Доказать, что $n\xi_n \xrightarrow{\mathrm{p}} 0$.

**2.** Пусть $\xi_1,\, \xi_2,\, \ldots \in \mathrm{U}_{0,\theta}$ — независимые случайные величины, где $\theta > 0$, $\varphi_n = \sqrt[5]{6 \cdot \dfrac{\xi_1^5 + \ldots + \xi_n^5}{n}}$.

Проверить, существует ли $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{E}\varphi_n$ (если да, найти его).

**3.** Пусть $\xi_1,\, \xi_2,\, \ldots \in \Pi_3$ — независимые случайные величины, $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти любую последовательность чисел $c_n$ такую, что

$$\mathsf{P}\,(S_n < c_n) \to 0{,}1 \text{ при } n \to \infty.$$

**4.** Найти вероятность того, что при 720 бросках правильной игральной кости шестёрка выпадет от 100 до 130 раз.

**5.** Пусть случайная величина $\xi_n$ имеет функцию распределения $F_{\xi_n}(x) = x^{a_n}$ при $0 < x < 1$, $n = 1, 2, \ldots$ Здесь $a_n = \dfrac{5}{2^n}$. Случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы.

Найти, куда слабо сходится последовательность случайных величин $\eta_n = \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.

**6.*** Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots \in \mathrm{E}_\alpha$ — независимые случайные величины. Выяснить, как ведёт себя при $n \to \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} (\xi_{2i-1} - \xi_{2i}) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (\xi_{2i-1} - \xi_{2i}).$$

| Ф.И.О. | | | | | | Номер группы |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $\sum$ |
| | | | | | | |

**1.** Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность случайных величин, распределение каждой из которых зависит от её номера так: $\xi_n \in \mathrm{E}_{\ln n}$. Доказать, что $\xi_n \xrightarrow{\mathrm{p}} 0$.

**2.** Пусть $\xi_1,\, \xi_2,\, \ldots \in \mathrm{U}_{0,\,\theta}$ — независимые случайные величины, где $\theta > 0$, $\varphi_n = \sqrt[6]{7 \cdot \dfrac{\xi_1^6 + \ldots + \xi_n^6}{n}}$.

Проверить, существует ли $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{E}\varphi_n$ (если да, найти его).

**3.** Пусть $\xi_1,\, \xi_2,\, \ldots \in \mathrm{U}_{0,\,3}$ — независимые случайные величины, $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти любую последовательность чисел $c_n$ такую, что

$$\mathsf{P}\,(S_n < c_n) \to 0{,}25 \text{ при } n \to \infty.$$

**4.** Симметричную игральную кость бросают 12 000 раз. Найти вероятность того, что число выпавших шестёрок заключено между 1 918 и 2 082.

**5.** Пусть случайная величина $\xi_n$ имеет функцию распределения $F_{\xi_n}(x) = x^{a_n}$ при $0 < x < 1$, $n = 1, 2, \ldots$ Здесь $a_n = \dfrac{5^n}{n!}$. Случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы.

Найти, куда слабо сходится последовательность случайных величин $\eta_n = \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.

**6.*** Пусть $\nu_n$ — число единиц при $n$ бросаниях правильной игральной кости, а $\mu_n$ — число шестёрок. Выяснить, как ведёт себя при $n \to \infty$ последовательность $\dfrac{\nu_n - \mu_n}{\sqrt{n}}$ при $n \to \infty$.

| Ф.И.О. | | | | | | Номер группы |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $\sum$ |
| | | | | | | |

---

**1.** Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность случайных величин, распределение каждой из которых зависит от её номера так: $\xi_n \in \mathrm{E}_{n^3}$. Доказать, что $n^2\xi_n \xrightarrow{\mathrm{p}} 0$.

**2.** Пусть $\xi_1,\, \xi_2,\, \ldots \in \mathrm{U}_{0,\,\theta}$ — независимые случайные величины, где $\theta > 0$, $\varphi_n = \sqrt[7]{8 \cdot \dfrac{\xi_1^7 + \ldots + \xi_n^7}{n}}$.

Проверить, существует ли $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{E}\varphi_n$ (если да, найти его).

**3.** Пусть $\xi_1,\, \xi_2,\, \ldots \in \mathrm{B}_{1/3}$ — независимые случайные величины, $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти любую последовательность чисел $c_n$ такую, что

$$\mathsf{P}\,(S_n < c_n) \to 0{,}35 \text{ при } n \to \infty.$$

**4.** Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,4. Найти вероятность того, что при 900 выстрелах произойдёт от 315 до 390 попаданий.

**5.** Пусть случайная величина $\xi_n$ имеет функцию распределения $F_{\xi_n}(x) = x^{a_n}$ при $0 < x < 1$, $n = 1, 2, \ldots$ Здесь $a_n = n$. Случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы.

Найти, куда слабо сходится последовательность случайных величин $\eta_n = \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.

**6.*** Пусть $\xi_1, \xi_2,\, \ldots \in \mathrm{U}_{0,\,4}$ — независимые случайные величины. Выяснить, как ведёт себя при $n \to \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}}\left(\sum_{i=1}^{n} \xi_i - \sum_{i=n+1}^{2n} \xi_i\right).$$

| Ф.И.О. | | | | | | Номер группы |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $\sum$ |
| | | | | | | |

**1.** Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность случайных величин, распределение каждой из которых зависит от её номера так: $\xi_n \in \mathrm{E}_{\sqrt{n}}$. Доказать, что $\xi_n \xrightarrow{\mathrm{p}} 0$.

**2.** Пусть $\xi_1,\, \xi_2,\, \ldots \in \mathrm{U}_{0,\,\theta}$ — независимые случайные величины, где $\theta > 0$, $\varphi_n = \sqrt[8]{9 \cdot \dfrac{\xi_1^8 + \ldots + \xi_n^8}{n}}$.

Проверить, существует ли $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{E}\varphi_n$ (если да, найти его).

**3.** Пусть $\xi_1,\, \xi_2,\, \ldots \in \mathrm{B}_{3,\,1/3}$ — независимые случайные величины, $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти любую последовательность чисел $c_n$ такую, что

$$\mathsf{P}\,(S_n < c_n) \to 0{,}9 \text{ при } n \to \infty.$$

**4.** Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,6. Найти вероятность того, что при 900 выстрелах произойдёт от 525 до 569 попаданий.

**5.** Пусть случайная величина $\xi_n$ имеет функцию распределения $F_{\xi_n}(x) = x^{a_n}$ при $0 < x < 1$, $n = 1, 2, \ldots$ Здесь $a_n = \dfrac{4}{3^n}$. Случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы.

Найти, куда слабо сходится последовательность случайных величин $\eta_n = \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.

**6.*** Пусть $\xi_1,\, \xi_2,\, \ldots$ — независимые случайные величины, каждая из которых имеет биномиальное распределение с параметрами 5 и 1/2. Выяснить, сходится ли слабо при $n \to \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} (\xi_{2i-1} - \xi_{2i}).$$

| Ф.И.О. | | | | | | Номер группы |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $\sum$ |
| | | | | | | |

---

**1.** Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots \in \mathrm{E}_1$. Доказать, что $\dfrac{\xi_n}{\sqrt{n}} \xrightarrow{\mathrm{p}} 0$.

**2.** Пусть $\xi_1,\, \xi_2,\, \ldots \in \mathrm{U}_{0,\,\theta}$ — независимые случайные величины, где $\theta > 0$, $\varphi_n = \sqrt[9]{10 \cdot \dfrac{\xi_1^9 + \ldots + \xi_n^9}{n}}$.

Проверить, существует ли $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{E}\varphi_n$ (если да, найти его).

**3.** Пусть $\xi_1,\, \xi_2,\, \ldots \in \mathrm{U}_{-2,\,2}$ — независимые случайные величины, $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти любую последовательность чисел $c_n$ такую, что

$$\mathsf{P}\,(S_n < c_n) \to 0{,}8 \text{ при } n \to \infty.$$

**4.** Некоторое событие происходит в одном испытании с вероятностью $0,8$. Производят 400 независимых испытаний. Найти вероятность того, что событие случится 304 до 344 раз.

**5.** Пусть случайная величина $\xi_n$ имеет функцию распределения $F_{\xi_n}(x) = x^{a_n}$ при $0 < x < 1$, $n = 1, 2, \ldots$ Здесь $a_n = \dfrac{2^n}{n!}$. Случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы.

Найти, куда слабо сходится последовательность случайных величин $\eta_n = \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.

**6.*** Пусть $\xi_1,\, \xi_2,\, \ldots$ — независимые случайные величины, каждая из которых имеет распределение Пуассона с параметром 3. Выяснить, сходится ли слабо при $n \to \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} (\xi_{2i-1} - \xi_{2i}).$$

| Ф.И.О. | | | | | | Номер группы |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $\sum$ |
| | | | | | | |