

1. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение с плотностью $f(t) = 2 - 2t$ на отрезке $[0; 1]$. Найти предел (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательности $\sqrt{\frac{\xi_1^3 + \dots + \xi_n^3}{n} + 7}$.
2. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение с плотностью из задачи 1. Доказать, что $\max(\xi_1, \dots, \xi_n) \xrightarrow{P} 1$ при $n \rightarrow \infty$ двумя способами: по определению и с помощью слабой сходимости.
3. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют равномерное распределение на отрезке $[1; 3]$. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_1 + \dots + \xi_n \geq c(n)) = 0,95$.
4. На отрезок длиной километр брошены независимо друг от друга 3600 точек. На отметке 800 метров стоит наблюдатель и смотрит вправо, подсчитывая количество точек, попавших на участок от него до отметки 1 км. Указать границы, в которых с вероятностью 0,8 лежит число точек, посчитанных наблюдателем.
5. Известно, что монета становится на ребро в среднем три раза на тысячу подбрасываний. Какова вероятность, что после пятисот подбрасываний монета встанет на ребро не менее трех раз? Оценить погрешность приближения.
- 6*. Пусть η_n имеет гамма-распределение с параметрами $\alpha = 1/3, \lambda = n$. К какой функции сходится $P\left(\left|\frac{\eta_n - 3n}{\sqrt{n}}\right| < x\right)$ при $n \rightarrow \infty$? Нарисовать график предельной функции.

Фамилия студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	Σ	

1. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение с плотностью $f(t) = 2t$ на отрезке $[0; 1]$. Найти предел (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательности $\ln\left(\frac{\xi_1^5 + \dots + \xi_n^5}{n} + 2\right)$.
2. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение с плотностью из задачи 1. Доказать, что $\min(\xi_1, \dots, \xi_n) \xrightarrow{P} 0$ при $n \rightarrow \infty$ двумя способами: по определению и с помощью слабой сходимости.
3. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют показательное распределение с параметром 3. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_1 + \dots + \xi_n < c(n)) = 0,15$.
4. Урожай пшеницы (в центнерах) на каждом из засеянных в ТОО «Заря капитализма» 1600 гектаров — случайная величина, имеющая равномерное распределение на отрезке $[16; 20]$. Используя ЦПТ, найти границы, в которых с вероятностью 0,99 лежит общий урожай пшеницы.
5. Известно, что на каждую тысячу деталей приходится в среднем пять бракованных. Какова вероятность, что в случайно отобранных шести сотнях деталей встретится более пяти бракованных? Оценить погрешность приближения.
- 6*. Пусть ν_n — число единиц при n бросаниях правильной игральной кости, а μ_n — число шестёрок. Выяснить, как ведёт себя при $n \rightarrow \infty$ последовательность $\frac{\nu_n - \mu_n}{\sqrt{n}}$ при $n \rightarrow \infty$.

Фамилия студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	Σ	

1. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение с плотностью $f(t) = \cos t$ на отрезке $[0; \pi/2]$. Найти предел (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательности $\cos \left(\pi \frac{\sin \xi_1 + \dots + \sin \xi_n}{n} \right)$.
2. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение с плотностью из задачи 1. Доказать, что $\max(\xi_1, \dots, \xi_n) \xrightarrow{P} \pi/2$ при $n \rightarrow \infty$ двумя способами: по определению и с помощью слабой сходимости.
3. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение Пуассона с параметром 3. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_1 + \dots + \xi_n > c(n)) = 0,99$.
4. Урожай фиников (в килограммах) на каждой из растущих в фермерском хозяйстве «Обские зори» 6400 финиковых пальм — случайная величина, имеющая биномиальное распределение с параметрами 40 и $1/2$. Найти границы, в которых с вероятностью 0,9 лежит общий урожай фиников.
5. Известно, что при тысяче подбрасываний монеты она в среднем один раз зависает в воздухе. Какова вероятность, что после двух тысяч подбрасываний монета зависнет в воздухе не менее трёх раз? Оценить погрешность приближения.
- 6*. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — независимые случайные величины, каждая из которых имеет равномерное распределение в отрезке $[-2, 4]$. Выяснить, как ведёт себя при $n \rightarrow \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n (\xi_{2i-1} - \xi_{2i})^2 - 6\sqrt{n}.$$

Фамилия студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	Σ	

1. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение с плотностью $f(t) = \frac{1}{t^2}$ на интервале $[1; \infty)$. Найти предел (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательности $\ln \left(\frac{1}{n} \left(\frac{1}{\xi_1} + \dots + \frac{1}{\xi_n} \right) + 2 \right)$.
2. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение с плотностью из задачи 1. Доказать, что $\min(\xi_1, \dots, \xi_n) \xrightarrow{P} 1$ при $n \rightarrow \infty$ двумя способами: по определению и с помощью слабой сходимости.
3. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют биномиальное распределение с параметрами 3 и $1/3$. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_1 + \dots + \xi_n \leq c(n)) = 0,1$.
4. Известно, что с вероятностью 0,6 бутерброд падает маслом вниз. 2400 участников эксперимента подбросили бутерброд. Используя ЦПТ, Найти границы, в которых с вероятностью 0,98 должно лежать общее число бутербродов, упавших маслом вниз.
5. Известно, что на каждые сто телевизоров приходится в среднем два со скрытым дефектом. Какова вероятность, что из трёхсот телевизоров не более семи имеют скрытый дефект? Оценить погрешность приближения.
- 6*. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых, одинаково распределённых случайных величин, $S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$ и C — некоторое число. Доказать, что

$$F_{\xi_1}^n(C) \leq F_{S_n}(nC) \leq 1 - (1 - F_{\xi_1}(C))^n.$$

Фамилия студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	Σ	

