1. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с функцией распределения $F(x) = x^2$ на отрезке $[0, 1]$. Доказать, что при $n \to \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 0.

2. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке $[0, 1]$. Выяснить, как ведут себя при $n \to \infty$ последовательности

$$\varphi_n = \frac{\xi_1^7 + \ldots + \xi_n^7}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = \left(\frac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\right)^7.$$

3. Доказать по определению, что $-\frac{1}{n} \Rightarrow 0$ при $n \to \infty$.

4. Правильную монету подбрасывают 900 раз. Найти приближённо вероятность того, что выпадет от 426 до 480 гербов.

5. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределенных случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке $[0, 2]$, и пусть $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти:

$$\lim_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\frac{S_n}{n} < 1/2\right), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\frac{S_n}{n} < 1\right), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\frac{S_n}{n} < 2\right).$$

6.* Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые случайные величины, каждая из которых имеет равномерное распределение в отрезке $[-2, 4]$. Выяснить, как ведёт себя при $n \to \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} (\xi_{2i-1} - \xi_{2i})^2 - 6\sqrt{n}.$$

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2а	2б	3	4	5	6	$\sum$	

---

1. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с функцией распределения $F(x) = x^3$ на отрезке $[0, 1]$. Доказать, что при $n \to \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 0.

2. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих показательное распределение с параметром 2. Выяснить, как ведут себя при $n \to \infty$ последовательности

$$\varphi_n = \frac{e^{\xi_1} + \ldots + e^{\xi_n}}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = e^{\frac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}}.$$

3. Доказать по определению, что $-\frac{1}{n} \Rightarrow 0$ при $n \to \infty$.

4. Вероятность появления события A в каждом из 100 независимых опытов постоянна и равна $p = 0{,}8$. Найти приближённо вероятность того, что событие A произойдёт не менее 75, но не более 90 раз.

5. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределенных случайных величин, имеющих показательное распределение с параметром $\alpha = 1/4$, и пусть $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти:

$$\lim_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\frac{S_n}{n} < 0\right), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\frac{S_n}{n} < 4\right), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\frac{S_n}{n} < 8\right).$$

6.* Пусть ν_n — число единиц при n бросаниях правильной игральной кости, а μ_n — число шестёрок. Выяснить, как ведёт себя при $n \to \infty$ последовательность $\dfrac{\nu_n - \mu_n}{\sqrt{n}}$ при $n \to \infty$.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2а	2б	3	4	5	6	$\sum$	

1. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с функцией распределения $F(x) = x^4$ на отрезке $[0, 1]$. Доказать, что при $n \to \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 0.

2. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих распределение Пуассона с параметром 3. Выяснить, как ведут себя при $n \to \infty$ последовательности

$$\varphi_n = \frac{\xi_1^2 + \ldots + \xi_n^2}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = \left(\frac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\right)^2.$$

3. Доказать по определению, что $-\frac{1}{n} \Rightarrow 0$ при $n \to \infty$.

4. Симметричную игральную кость бросают 12 000 раз. Успехом считается выпадение единицы. Найти приближённо вероятность того, что число успехов заключено между 1 918 и 2 082.

5. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределенных случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке $[1, 3]$, и пусть $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти:

$$\lim_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\frac{S_n}{n} < 5/2\right), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\frac{S_n}{n} < 2\right), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\frac{S_n}{n} < 1\right).$$

6.* Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые случайные величины, каждая из которых имеет распределение Пуассона с параметром λ. Выяснить, как ведёт себя при $n \to \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} (\xi_{2i-1} - \xi_{2i}) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (\xi_{2i-1} - \xi_{2i}).$$

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2а	2б	3	4	5	6	$\sum$	

---

1. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с функцией распределения $F(x) = x^5$ на отрезке $[0, 1]$. Доказать, что при $n \to \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 0.

2. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке $[0, \pi/2]$. Выяснить, как ведут себя при $n \to \infty$ последовательности

$$\varphi_n = \frac{\cos\xi_1 + \ldots + \cos\xi_n}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = \cos\left(\frac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\right).$$

3. Доказать по определению, что $-\frac{1}{n} \Rightarrow 0$ при $n \to \infty$.

4. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна $0,4$. Производят 900 выстрелов. Найти приближённо вероятность того, что произойдёт от 315 до 390 попаданий.

5. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределенных случайных величин, имеющих показательное распределение с параметром $\alpha = 1/2$, и пусть $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти:

$$\lim_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\frac{S_n}{n} < 0\right), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\frac{S_n}{n} < 4\right), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\frac{S_n}{n} < 2\right).$$

6.* Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые случайные величины, каждая из которых имеет равномерное распределение на отрезке $[0, 4]$. Выяснить, как ведёт себя при $n \to \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \left(\sum_{i=1}^{n} \xi_i - \sum_{i=n+1}^{2n} \xi_i\right).$$

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2а	2б	3	4	5	6	$\sum$	

1. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с функцией распределения $F(x) = x^6$ на отрезке $[0, 1]$. Доказать, что при $n \to \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 0.

2. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих показательное распределение с параметром 1. Выяснить, как ведут себя при $n \to \infty$ последовательности

$$\varphi_n = \frac{e^{-\xi_1} + \ldots + e^{-\xi_n}}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = e^{-\frac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}}.$$

3. Доказать по определению, что $-\frac{1}{n} \Rightarrow 0$ при $n \to \infty$.

4. Правильный кубик подбрасывают 3 600 раз. Найти приближённо вероятность того, что шестёрка выпадет не менее 533, но не более 636 раз.

5. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределенных случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке $[0, 4]$, и пусть $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти:

$$\lim_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\frac{S_n}{n} < 2\right), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\frac{S_n}{n} < 4\right), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\frac{S_n}{n} < 1\right).$$

6.* Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые случайные величины, каждая из которых имеет показательное распределение с параметром 1. Выяснить, как ведёт себя при $n \to \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} (\xi_{2i-1} - \xi_{2i})^2 - 2\sqrt{n}.$$

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2а	2б	3	4	5	6	$\sum$	

---

1. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с функцией распределения $F(x) = x^7$ на отрезке $[0, 1]$. Доказать, что при $n \to \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 0.

2. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке $[0, \pi]$. Выяснить, как ведут себя при $n \to \infty$ последовательности

$$\varphi_n = \frac{\sin\xi_1 + \ldots + \sin\xi_n}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = \sin\left(\frac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\right).$$

3. Доказать по определению, что $-\frac{1}{n} \Rightarrow 0$ при $n \to \infty$.

4. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна $0,8$. Производят 400 выстрелов. Найти приближённо вероятность того, что произойдёт от 304 до 344 попаданий.

5. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределенных случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке $[-2, 2]$, и пусть $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти:

$$\lim_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\frac{S_n}{n} < 0\right), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\frac{S_n}{n} < -1\right), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\frac{S_n}{n} < 2\right).$$

6.* Пусть η_n имеет гамма-распределение с параметрами $\alpha = 1/3$, $\lambda = n$. Выяснить, к какой функции сходится при каждом x последовательность функций $\mathsf{P}\left(\left|\frac{\eta_n - 3n}{\sqrt{n}}\right| < x\right)$ при $n \to \infty$. Нарисовать график предельной функции.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2а	2б	3	4	5	6	$\sum$	