

1. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение с плотностью $f(t) = 2 - 2t$ на отрезке $[0; 1]$. Найти предел (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательности $\frac{\xi_1^3 + \dots + \xi_n^3}{n}$.
2. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение с плотностью из задачи 1. Доказать, что $\max(\xi_1, \dots, \xi_n) \xrightarrow{P} 1$ при $n \rightarrow \infty$.
3. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют равномерное распределение на отрезке $[1; 5]$. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_1 + \dots + \xi_n \geq c(n)) = 0,95$.
4. На отрезок длиной километр брошены независимо друг от друга 1600 точек. На отметке 700 метров стоит наблюдатель и смотрит вправо, подсчитывая количество точек, попавших на участок от него до отметки 1 км. указать границы, в которых с вероятностью 0,9 лежит число точек, посчитанных наблюдателем.
5. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют показательное распределение с параметром 2. Найти предел (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательности $\exp\left\{\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n}\right\}$.
6. Случайная величина ξ имеет распределение Бернулли с параметром $1/2$, и последовательность ξ_1, ξ_2, \dots задана равенством: $\xi_n = \xi$ при всех n . Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность закону больших чисел. Проверить, выполняется ли для неё утверждение ЦПТ.

| | | | | | | | |
|------------------|---|---|---|---|---|--------------|--|
| Фамилия студента | | | | | | Номер группы | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Σ | |
| | | | | | | | |

1. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение с плотностью $f(t) = 2t$ на отрезке $[0; 1]$. Найти предел (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательности $\frac{\xi_1^5 + \dots + \xi_n^5}{n}$.
2. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение с плотностью из задачи 1. Доказать, что $\min(\xi_1, \dots, \xi_n) \xrightarrow{P} 0$ при $n \rightarrow \infty$.
3. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют показательное распределение с параметром 2. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_1 + \dots + \xi_n < c(n)) = 0,1$.
4. Урожай пшеницы (в центнерах) на каждом из засеянных в ТОО «Заря капитализма» 3600 гектаров — случайная величина, имеющая равномерное распределение на отрезке $[18; 22]$. Используя ЦПТ, найти границы, в которых с вероятностью 0,95 лежит общий урожай пшеницы.
5. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение Бернулли с параметром 0,25. Найти предел (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательности $\ln\left\{\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n} + 1\right\}$.
6. Пусть случайная величина ξ имеет распределение Пуассона с параметром 1. Показать, что для любых $a > 0, t > 0$ верно неравенство $P(\xi \geq a) \leq e^{-ta} E e^{t\xi}$, вычислить правую часть и найти её минимум по $t > 0$.

| | | | | | | | |
|------------------|---|---|---|---|---|--------------|--|
| Фамилия студента | | | | | | Номер группы | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Σ | |
| | | | | | | | |

