1. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 2x-2, & \text{если } x \in [1,\, 2], \\ 0, & \text{если } x \notin [1,\, 2]. \end{cases}$$

Доказать, что при $n \to \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 1.

2. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке $[0,\, 1]$. Выяснить, как ведут себя при $n \to \infty$ последовательности

$$\varphi_n = \frac{\xi_1^7 + \ldots + \xi_n^7}{n} \quad \text{и } \psi_n = \left(\frac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\right)^7.$$

3. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots \in U_{1,\,2}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n \cdot \big(2 - \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)\big)$ при $n \to \infty$.

4. Правильную монету подбрасывают 900 раз. Найти приближённо вероятность того, что выпадет от 426 до 480 гербов.

5. Пусть $\xi_n \in \Pi_{1+1/n}$, и случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность ЗБЧ.

6.* Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые случайные величины, каждая из которых имеет равномерное распределение в отрезке $[-2,\, 4]$. Выяснить, как ведёт себя при $n \to \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} (\xi_{2i-1} - \xi_{2i})^2 - 6\sqrt{n}.$$

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2а	2б	3	4	5	6	$\sum$	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

---

1. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 4-2x, & \text{если } x \in [1,\, 2], \\ 0, & \text{если } x \notin [1,\, 2]. \end{cases}$$

Доказать, что при $n \to \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 1.

2. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих показательное распределение с параметром 2. Выяснить, как ведут себя при $n \to \infty$ последовательности

$$\varphi_n = \frac{e^{\xi_1} + \ldots + e^{\xi_n}}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = e^{\frac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}}.$$

3. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots \in U_{1,\,3}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n \cdot \big(3 - \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)\big)$ при $n \to \infty$.

4. Вероятность появления события A в каждом из 100 независимых опытов постоянна и равна $p = 0{,}8$. Найти приближённо вероятность того, что событие A произойдёт не менее 75, но не более 90 раз.

5. Пусть $\xi_n \in B_{p(n)}$, где $p(n) \in (0,\, 1)$ — произвольные вероятности, и случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность ЗБЧ.

6.* Пусть ν_n — число единиц при n бросаниях правильной игральной кости, а μ_n — число шестёрок. Выяснить, как ведёт себя при $n \to \infty$ последовательность $\dfrac{\nu_n - \mu_n}{\sqrt{n}}$ при $n \to \infty$.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2а	2б	3	4	5	6	$\sum$	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 2x-4, & \text{если } x \in [2,\,3], \\ 0, & \text{если } x \notin [2,\,3]. \end{cases}$$

Доказать, что при $n \to \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 2.

2. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих распределение Пуассона с параметром 3. Выяснить, как ведут себя при $n \to \infty$ последовательности

$$\varphi_n = \frac{\xi_1^2 + \ldots + \xi_n^2}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = \left(\frac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\right)^2.$$

3. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots \in \mathrm{U}_{1,\,4}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n \cdot \bigl(4 - \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)\bigr)$ при $n \to \infty$.

4. Симметричную игральную кость бросают 12 000 раз. Успехом считается выпадение единицы. Найти приближённо вероятность того, что число успехов заключено между 1 918 и 2 082.

5. Пусть $\xi_n \in \mathrm{N}_{1/n,\,2/n}$, и случайные величины ξ_1, ξ_2, ... независимы. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность ЗБЧ.

6.* Пусть ξ_1, ξ_2, ... — независимые случайные величины, каждая из которых имеет распределение Пуассона с параметром λ. Выяснить, как ведёт себя при $n \to \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} (\xi_{2i-1} - \xi_{2i}) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (\xi_{2i-1} - \xi_{2i}).$$

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2а	2б	3	4	5	6	$\sum$	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

---

1. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 6-2x, & \text{если } x \in [2,\,3], \\ 0, & \text{если } x \notin [2,\,3]. \end{cases}$$

Доказать, что при $n \to \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 2.

2. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке $[0,\,\pi/2]$. Выяснить, как ведут себя при $n \to \infty$ последовательности

$$\varphi_n = \frac{\cos\xi_1 + \ldots + \cos\xi_n}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = \cos\Bigl(\frac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\Bigr).$$

3. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots \in \mathrm{U}_{1,\,5}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n \cdot \bigl(5 - \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)\bigr)$ при $n \to \infty$.

4. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна $0,4$. Производят 900 выстрелов. Найти приближённо вероятность того, что произойдёт от 315 до 390 попаданий.

5. Пусть $\xi_n \in \Pi_{1/n^2}$, и случайные величины ξ_1, ξ_2, ... независимы. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность ЗБЧ.

6.* Пусть ξ_1, ξ_2, ... — независимые случайные величины, каждая из которых имеет равномерное распределение на отрезке $[0, 4]$. Выяснить, как ведёт себя при $n \to \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \left(\sum_{i=1}^{n} \xi_i - \sum_{i=n+1}^{2n} \xi_i \right).$$

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2а	2б	3	4	5	6	$\sum$	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с плотностью распределения
$$f(x) = \begin{cases} (x+1)/2, & \text{если } x \in [-1,\,1], \\ 0, & \text{если } x \notin [-1,\,1]. \end{cases}$$
Доказать, что при $n \to \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ сходится по вероятности к -1.

2. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих показательное распределение с параметром 1. Выяснить, как ведут себя при $n \to \infty$ последовательности
$$\varphi_n = \frac{e^{-\xi_1} + \ldots + e^{-\xi_n}}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = e^{-\frac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}}.$$

3. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots \in \mathrm{U}_{1,\,6}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n \cdot \bigl(6 - \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)\bigr)$ при $n \to \infty$.

4. Правильный кубик подбрасывают 3 600 раз. Найти приближённо вероятность того, что шестёрка выпадет не менее 533, но не более 636 раз.

5. Пусть $\xi_n \in \mathrm{E}_n$, и случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность ЗБЧ.

6.* Пусть ξ_1, ξ_2, ...— независимые случайные величины, каждая из которых имеет показательное распределение с параметром 1. Выяснить, как ведёт себя при $n \to \infty$ последовательность
$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} (\xi_{2i-1} - \xi_{2i})^2 - 2\sqrt{n}.$$

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2а	2б	3	4	5	6	$\sum$	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

---

1. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с плотностью распределения
$$f(x) = \begin{cases} 2 - 2x, & \text{если } x \in [0,\,1], \\ 0, & \text{если } x \notin [0,\,1]. \end{cases}$$
Доказать, что при $n \to \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 0.

2. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке $[0,\,\pi]$. Выяснить, как ведут себя при $n \to \infty$ последовательности
$$\varphi_n = \frac{\sin\xi_1 + \ldots + \sin\xi_n}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = \sin\Bigl(\frac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\Bigr).$$

3. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots \in \mathrm{U}_{1,\,7}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n \cdot \bigl(7 - \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)\bigr)$ при $n \to \infty$.

4. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна $0,8$. Производят 400 выстрелов. Найти приближённо вероятность того, что произойдёт от 304 до 344 попаданий.

5. Пусть $\xi_n \in \mathrm{B}_{3,\,1/n}$, и случайные величины ξ_1, ξ_2, ... независимы. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность ЗБЧ.

6.* Пусть η_n имеет гамма-распределение с параметрами $\alpha = 1/3$, $\lambda = n$. К какой функции сходится $\mathsf{P}\left(\left|\frac{\eta_n - 3n}{\sqrt{n}}\right| < x\right)$ при $n \to \infty$? Нарисовать график предельной функции.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2а	2б	3	4	5	6	$\sum$	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.