1. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} e^{x-2}, & x \leqslant 2; \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

Доказать, что при $n \to \infty$ последовательность с.в. $\varphi_n = \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 2.

2. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, принимающих значения 1, 3 и 5 с равными вероятностями. Проверить, сходятся ли по вероятности при $n \to \infty$ последовательности $\varphi_n = \dfrac{\ln \xi_1 + \ldots + \ln \xi_n}{n}$ и $\psi_n = \ln\left(\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\right)$.

3. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, ... независимы и имеют биномиальное распределение с параметрами 9 и 1/3. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n} \geqslant c(n)\right) = 0{,}95$.

4. Имеется 1600 прямоугольников, у каждого из которых длина и ширина выбираются на отрезке [0, 1] наудачу (независимо друг от друга и независимо от длин сторон остальных прямоугольников). Пользуясь ЦПТ, указать симметричные относительно среднего значения границы, в которых с вероятностью 0,9 лежит сумма площадей всех прямоугольников.

5. Случайная величина ξ имеет распределение Пуассона с параметром $\lambda = 3$, и последовательность ξ_1, ξ_2, ... задана равенством: $\xi_n = \xi$ при всех n. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность закону больших чисел. Проверить, выполняется ли для неё утверждение ЦПТ.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2а	2б	3	4	5а	5б	$\sum$	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить их условия!

---

1. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{2x-2}, & x \leqslant 1; \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$

Доказать, что при $n \to \infty$ последовательность с.в. $\varphi_n = \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 1.

2. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, принимающих значения -1 и 3 с равными вероятностями. Проверить, сходятся ли по вероятности при $n \to \infty$ последовательности $\varphi_n = \dfrac{e^{\xi_1} + \ldots + e^{\xi_n}}{n}$ и $\psi_n = \exp\left(\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\right)$.

3. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, ... независимы и имеют распределение Пуассона с параметром 3. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n} \leqslant c(n)\right) = 0{,}1$.

4. Имеется 900 квадратов, для каждого из которых длина стороны выбираются на отрезке [0, 1] наудачу независимо от длин сторон остальных квадратов. Пользуясь ЦПТ, указать симметричные относительно среднего значения границы, в которых с вероятностью 0,95 лежит сумма площадей всех квадратов.

5. Случайная величина ξ имеет биномиальное распределение с параметрами 3 и 1/2, и последовательность ξ_1, ξ_2, ... задана равенством: $\xi_n = \xi$ при всех n. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность закону больших чисел. Проверить, выполняется ли для неё утверждение ЦПТ.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2а	2б	3	4	5а	5б	$\sum$	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить их условия!

1. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} e^{x+2}, & x \leqslant -2; \\ 0, & x > -2. \end{cases}$$

Доказать, что при $n \to \infty$ последовательность с.в. $\varphi_n = \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ сходится по вероятности к -2.

2. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, принимающих значения 0, $\pi/4$ и $\pi/3$ с равными вероятностями. Проверить, сходятся ли по вероятности при $n \to \infty$ последовательности $\varphi_n = \dfrac{\cos\xi_1 + \ldots + \cos\xi_n}{n}$ и $\psi_n = \cos\left(\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\right)$.

3. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, ... независимы и имеют показательное распределение с параметром 2. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n} \geqslant c(n)\right) = 0{,}85$.

4. Имеется 2500 прямоугольников, у каждого из которых длина и ширина выбираются на отрезке [0, 1] наудачу (независимо друг от друга и независимо от длин сторон остальных прямоугольников). Пользуясь ЦПТ, указать симметричные относительно среднего значения границы, в которых с вероятностью 0,99 лежит суммарный периметр всех прямоугольников.

5. Случайная величина ξ имеет распределение Пуассона с параметром 4, и последовательность ξ_1, ξ_2, ... задана равенством: $\xi_n = \xi$ при всех n. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность закону больших чисел. Проверить, выполняется ли для неё утверждение ЦПТ.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2а	2б	3	4	5а	5б	$\sum$	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить их условия!

---

1. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 3e^{3x+3}, & x \leqslant -1; \\ 0, & x > -1. \end{cases}$$

Доказать, что при $n \to \infty$ последовательность с.в. $\varphi_n = \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ сходится по вероятности к -1.

2. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, принимающих значения 3 и 5 с равными вероятностями. Проверить, сходятся ли по вероятности при $n \to \infty$ последовательности $\varphi_n = \dfrac{\ln\xi_1 + \ldots + \ln\xi_n}{n}$ и $\psi_n = \ln\left(\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\right)$.

3. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, ... независимы и имеют распределение Пуассона с параметром 3. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n} \leqslant c(n)\right) = 0{,}2$.

4. Имеется 6400 прямоугольных треугольников, у каждого из которых длины катетов выбираются на отрезке [0, 1] наудачу (независимо друг от друга и независимо от длин катетов остальных треугольников). Пользуясь ЦПТ, указать симметричные относительно среднего значения границы, в которых с вероятностью 0,98 лежит суммарная площадь всех треугольников.

5. Случайная величина ξ имеет биномиальное распределение с параметрами 2 и 1/3, и последовательность ξ_1, ξ_2, ... задана равенством: $\xi_n = \xi$ при всех n. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность закону больших чисел. Проверить, выполняется ли для неё утверждение ЦПТ.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2а	2б	3	4	5а	5б	$\sum$	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить их условия!

1. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 4e^{4x+4}, & x \leqslant -1; \\ 0, & x > -1. \end{cases}$$

Доказать, что при $n \to \infty$ последовательность с.в. $\varphi_n = \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ сходится по вероятности к -1.

2. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, принимающих значения 1, 2 и 4 с равными вероятностями. Проверить, сходятся ли по вероятности при $n \to \infty$ последовательности $\varphi_n = \dfrac{2^{\xi_1} + \ldots + 2^{\xi_n}}{n}$ и $\psi_n = 2^{\frac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}}$.

3. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, ... независимы и имеют распределение Бернулли с параметром 1/3. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n} \geqslant c(n)\right) = 0{,}75$.

4. Имеется 400 параллелепипедов, у каждого из которых длина одной из сторон равна 1, а длины двух других выбираются на отрезке [0, 1] наудачу (независимо друг от друга и независимо от длин сторон остальных параллелепипедов). Пользуясь ЦПТ, указать симметричные относительно среднего значения границы, в которых с вероятностью 0,97 лежит суммарный объём всех параллелепипедов.

5. Случайная величина ξ имеет распределение Пуассона с параметром 2, и последовательность ξ_1, ξ_2, ... задана равенством: $\xi_n = \xi$ при всех n. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность закону больших чисел. Проверить, выполняется ли для неё утверждение ЦПТ.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2а	2б	3	4	5а	5б	$\sum$	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить их условия!

---

1. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} e^{x-3}, & x \leqslant 3; \\ 0, & x > 3. \end{cases}$$

Доказать, что при $n \to \infty$ последовательность с.в. $\varphi_n = \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 3.

2. Пусть ξ_1, ξ_2, ... — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, принимающих значения $\pi/6$, $\pi/4$ и $\pi/2$ с равными вероятностями. Проверить, сходятся ли по вероятности при $n \to \infty$ последовательности $\varphi_n = \dfrac{\sin\xi_1 + \ldots + \sin\xi_n}{n}$ и $\psi_n = \sin\left(\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\right)$.

3. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, ... независимы и имеют распределение Пуассона с параметром 3. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n} \leqslant c(n)\right) = 0{,}05$.

4. Имеется 1600 треугольников, у каждого из которых длина основания и длина высоты, проведенной к этому основанию, выбираются на отрезке [0, 1] наудачу (независимо друг от друга и независимо от остальных треугольников). Пользуясь ЦПТ, указать симметричные относительно среднего значения границы, в которых с вероятностью 0,9 лежит суммарная площадь всех треугольников.

5. Случайная величина ξ имеет биномиальное распределение с параметрами 3 и 1/4, и последовательность ξ_1, ξ_2, ... задана равенством: $\xi_n = \xi$ при всех n. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность закону больших чисел. Проверить, выполняется ли для неё утверждение ЦПТ.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2а	2б	3	4	5а	5б	$\sum$	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить их условия!