**1.** Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые случайные величины. При любом $k \geqslant 1$ величина $\xi_{2k-1}$ имеет распределение Пуассона с параметром 3, а величина $\xi_{2k}$ — стандартное нормальное распределение. Найти предел (по вероятности) при $n \to \infty$ последовательности $\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}$.

**2.** Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют распределение с плотностью $f(t) = 2 - 2t$ на отрезке $[0;\ 1]$. Доказать, что $\max(\xi_1, \ldots, \xi_n) \xrightarrow{\mathrm{p}} 1$ при $n \to \infty$.

**3.** Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют равномерное распределение на отрезке $[1, 5]$. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\xi_1 + \ldots + \xi_n \geqslant c(n)\right) = 0{,}95$.

**4.** На отрезок длиной километр брошены независимо друг от друга 1600 точек. На отметке 700 метров стоит наблюдатель и смотрит вправо, подсчитывая количество точек, попавших на участок от него до отметки 1 км. Пользуясь ЦПТ, указать симметричные относительно среднего значения границы, в которых с вероятностью 0,9 лежит число точек, посчитанных наблюдателем.

**5.** Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют показательное распределение с параметром 2. Найти пределы (по вероятности) при $n \to \infty$ последовательностей $\exp\left\{\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\right\}$ и $\dfrac{e^{\xi_1} + \ldots + e^{\xi_n}}{n}$.

**6.** Пусть при любом фиксированном $n \geqslant 1$ случайная величина $\xi_n$ принимает $n$ значений: $1,\ 1+\frac{1}{n},\ \ldots,\ 1+\frac{n-1}{n}$ с равными вероятностями. Найти предел последовательности $\xi_n$ в смысле слабой сходимости при $n \to \infty$.

---

**1.** Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые случайные величины. При любом $k \geqslant 1$ величина $\xi_k$ имеет нормальное распределение с параметрами $a_k = 0$ и $\sigma_k^2 = \dfrac{2}{k}$. Доказать, что последовательность $\xi_1, \xi_2, \ldots$ удовлетворяет закону больших чисел.

**2.** Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют распределение с плотностью $f(t) = 2t$ на отрезке $[0;\ 1]$. Доказать, что $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n) \xrightarrow{\mathrm{p}} 0$ при $n \to \infty$.

**3.** Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют показательное распределение с параметром 2. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\xi_1 + \ldots + \xi_n < c(n)\right) = 0{,}1$.

**4.** Урожай пшеницы (в центнерах) на каждом из засеянных в ТОО «Заря капитализма» 3600 гектаров — случайная величина, имеющая равномерное распределение на отрезке $[18, 22]$. Используя ЦПТ, найти симметричные относительно среднего значения границы, в которых с вероятностью $0,95$ лежит общий урожай пшеницы.

**5.** Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют распределение Бернулли с параметром 0,25. Найти пределы (по вероятности) при $n \to \infty$ последовательностей $\dfrac{2^{\xi_1} + \ldots + 2^{\xi_n}}{n}$ и $\ln\left\{\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n} + 1\right\}$.

**6.** Пусть случайная величина $\xi$ имеет распределение Пуассона с параметром 1. Показать, что для любых $a > 0$, $t > 0$ верно неравенство $\mathsf{P}(\xi > a) \leqslant e^{-ta}\mathsf{E}e^{t\xi}$, вычислить правую часть и найти ее минимум по $t > 0$.

---

**1.** Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые случайные величины. При любом $k \geqslant 1$ величина $\xi_{2k-1}$ имеет нормальное распределение с параметрами $a = 1$ и $\sigma^2 = 4$, а величина $\xi_{2k}$ — распределение Бернулли с параметром 1/3. Найти предел (по вероятности) при $n \to \infty$ последовательности $\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}$.

**2.** Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют распределение с плотностью $f(t) = \cos t$ на отрезке $[0;\ \pi/2]$. Доказать, что $\max(\xi_1, \ldots, \xi_n) \xrightarrow{\mathrm{p}} \pi/2$ при $n \to \infty$.

**3.** Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют распределение Пуассона с параметром 2. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\xi_1 + \ldots + \xi_n > c(n)\right) = 0{,}8$.

**4.** Урожай фиников (в килограммах) на каждой из растущих в фермерском хозяйстве «Обские зори» 4900 финиковых пальм — случайная величина, имеющая биномиальное распределение с параметрами 60 и 1/2. Пользуясь ЦПТ, найти симметричные относительно среднего значения границы, в которых с вероятностью $0,95$ лежит общий урожай фиников.

**5.** Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют равномерное распределение на отрезке $[0;\ 1]$. Найти пределы (по вероятности) при $n \to \infty$ последовательностей $\left(\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n} + 1\right)^3$ и $\dfrac{\xi_1^3 + \ldots + \xi_n^3}{n}$.

**6.** Пусть при любом фиксированном $n \geqslant 1$ случайная величина $\xi_n$ принимает $n$ значений: $\frac{1}{n},\ \frac{2}{n},\ \ldots,\ \frac{n-1}{n},\ 1$ с равными вероятностями. Найти предел последовательности $\xi_n$ в смысле слабой сходимости при $n \to \infty$.

**1.** Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые случайные величины. При любом $k \geqslant 1$ величина $\xi_k$ принимает значения 0 и $\pm k$. Пусть $\mathsf{P}(\xi_k = k) = \mathsf{P}(\xi_k = -k) = \dfrac{1}{2k^2}$, $\mathsf{P}(\xi_k = 0) = 1 - \dfrac{1}{k^2}$. Доказать, что последовательность $\xi_1, \xi_2, \ldots$ удовлетворяет закону больших чисел.

**2.** Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют распределение с плотностью $f(t) = \dfrac{1}{t^2}$ на интервале $[1;\ \infty)$. Доказать, что $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n) \xrightarrow{\mathrm{p}} 1$ при $n \to \infty$.

**3.** Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют биномиальное распределение с параметрами 9 и 1/3. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\xi_1 + \ldots + \xi_n \leqslant c(n)\right) = 0{,}15$.

**4.** Известно, что с вероятностью 0,75 бутерброд падает маслом вниз. При социологическом опросе 6400 респондентов подбросили бутерброд. Используя ЦПТ, найти симметричные относительно среднего значения границы, в которых с вероятностью $0,99$ должно лежать общее число бутербродов, упавших маслом вниз.

**5.** Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют равномерное распределение на отрезке $[0,\ 1]$. Найти пределы (по вероятности) при $n \to \infty$ последовательностей $\dfrac{e^{\xi_1} + \ldots + e^{\xi_n}}{n}$ и $\arccos\left\{\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\right\}$.

**6.** Пусть случайная величина $\xi$ имеет показательное распределение с параметром 0,5. Вычислить вероятность величине $\xi$ отличаться от своего математического ожидания более, чем на три корня из дисперсии. Сравнить с оценкой, полученной из неравенства Чебышёва в «правиле трех сигм».

---

**1.** Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые случайные величины. При любом $k \geqslant 1$ величина $\xi_{2k-1}$ имеет биномиальное распределение с параметрами 8 и 0,25, а величина $\xi_{2k}$ — равномерное распределение на отрезке $[0;\ 2]$. Найти предел (по вероятности) при $n \to \infty$ последовательности $\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}$.

**2.** Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют распределение с плотностью $f(t) = 3t^2$ на отрезке $[0;\ 1]$. Доказать, что $\max(\xi_1, \ldots, \xi_n) \xrightarrow{\mathrm{p}} 1$ при $n \to \infty$.

**3.** Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют распределение Бернулли с параметром 1/4. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\xi_1 + \ldots + \xi_n > c(n)\right) = 0{,}85$.

**4.** Сотрудники института экономики посадили картофель в общей сложности на 2500 сотках. Урожай картофеля (в мешках) с каждой сотки — случайная величина, имеющая распределение Пуассона с параметром 5. Пользуясь ЦПТ, найти симметричные относительно среднего значения границы, в которых с вероятностью $0,98$ будет заключен общий урожай картофеля.

**5.** Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют показательное распределение с параметром 5. Найти пределы (по вероятности) при $n \to \infty$ последовательностей $\dfrac{e^{2\xi_1} + \ldots + e^{2\xi_n}}{n}$ и $\sqrt{\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}}$.

**6.** Пусть при любом фиксированном $n \geqslant 1$ случайная величина $\xi_n$ принимает $n$ значений: $0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \ldots, \frac{n-1}{n}$ с равными вероятностями. Найти предел последовательности $\xi_n$ в смысле слабой сходимости при $n \to \infty$.

---

**1.** Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые случайные величины. При любом $k \geqslant 1$ величина $\xi_k$ имеет равномерное распределение на отрезке $\left[-\dfrac{1}{2k};\ \dfrac{1}{2k}\right]$. Доказать, что последовательность $\xi_1, \xi_2, \ldots$ удовлетворяет закону больших чисел.

**2.** Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют распределение с плотностью $f(t) = \dfrac{1}{t^2}$ на интервале $(-\infty, -1]$. Доказать, что $\max(\xi_1, \ldots, \xi_n) \xrightarrow{\mathrm{p}} -1$ при $n \to \infty$.

**3.** Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют распределение Пуассона с параметром 5. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim\limits_{n\to\infty} \mathsf{P}\left(\xi_1 + \ldots + \xi_n \leqslant c(n)\right) = 0{,}15$.

**4.** Урожай овса (в центнерах) на каждом из засеянных в колхозе «Единоличник» 4900 гектаров — случайная величина, имеющая показательное распределение с параметром 1/10. Используя ЦПТ, найти симметричные относительно среднего значения границы, в которых с вероятностью $0,96$ содержится общий урожай овса.

**5.** Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют равномерное распределение на отрезке $[0,\ \pi/2]$. Найти пределы (по вероятности) при $n \to \infty$ последовательностей $\dfrac{\cos\xi_1 + \ldots + \cos\xi_n}{n}$ и $\exp\left\{\dfrac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}\right\}$.

**6.** Пусть случайная величина $\xi$ имеет биномиальное распределение с параметрами $n = 4$ и $p = 1/2$. Вычислить вероятность величине $\xi$ отличаться от своего математического ожидания более, чем на три корня из дисперсии. Сравнить с оценкой, полученной из неравенства Чебышёва в «правиле трех сигм».