1. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность случайных величин. Для любого $n = 1, 2, \ldots$ случайная величина ξ_n принимает n значений $\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \ldots, \frac{n-1}{n}, \frac{n}{n}$ с равными вероятностями. Найти предел (в смысле сходимости по распределению) последовательности ξ_n.

2. Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют показательное распределение с параметром $\alpha = 2$. Для любого $n = 1, 2, \ldots$ случайная величина η_n равна 1, если $\xi_n > 5$, и равна 0, если $\xi_n \leqslant 5$. При каких последовательностях c_n, d_n имеет место сходимость по распределению

$$\frac{\eta_1 + \ldots + \eta_n - c_n}{d_n} \implies \mathbf{N_{0,1}}?$$

3. В условиях задачи 2 найти предел (по вероятности) при $n \to \infty$ последовательности $\dfrac{\xi_n}{n}$.

4. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределенных случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке [0,2], и пусть $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти:

$$\lim_{n\to\infty} \mathbf{P}(S_n/n < 0), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathbf{P}(S_n/n < 1), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathbf{P}(S_n/n < 2).$$

5. Монета выпадает гербом с вероятностью 1/3. Сколько раз достаточно бросить монету, чтобы, с вероятностью 0.95, отклонение частоты выпадения герба от вероятности не превысило 0.02?

6. Монета из задачи 5 брошена 100 раз. Найти, в каких границах содержится число выпавших гербов с вероятностью 0.95. *В задачах 5 и 6 использовать ЦПТ.*

---

1. Пусть $\nu_1, \nu_2, \ldots$ — последовательность случайных величин. Для любого $n = 1, 2, \ldots$ случайная величина ν_n принимает n значений $0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \ldots, \frac{n-1}{n}$ с равными вероятностями. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности ν_n.

2. Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют равномерное распределение на отрезке $[0, 2]$. Для любого $n = 1, 2, \ldots$ случайная величина η_n равна 1, если $\xi_n < 0.5$, и равна 0, если $\xi_n \geqslant 0.5$. При каких последовательностях c_n, d_n имеет место слабая сходимость

$$\frac{\eta_1 + \ldots + \eta_n - c_n}{d_n} \implies \mathbf{N_{0,1}}?$$

3. В условиях задачи 2 найти предел (по вероятности) при $n \to \infty$ последовательности $\dfrac{\xi_n}{n}$.

4. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределенных случайных величин, имеющих показательное распределение с параметром $\alpha = 1/4$, и пусть $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти:

$$\lim_{n\to\infty} \mathbf{P}(S_n/n < 0), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathbf{P}(S_n/n < 4), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathbf{P}(S_n/n < 8).$$

5. Монета выпадает гербом с вероятностью 4/9. Сколько раз достаточно бросить монету, чтобы, с вероятностью 0.97, получить не менее 200 гербов?

6. Монета из задачи 5 брошена 225 раз. Найти, в каких границах содержится доля выпавших гербов с вероятностью 0.94. *В задачах 5 и 6 использовать ЦПТ.*

---

1. Пусть $\eta_1, \eta_2, \ldots$ — последовательность случайных величин. Для любого $n = 1, 2, \ldots$ случайная величина η_n принимает n значений $1+\frac{1}{n}, 1+\frac{2}{n}, \ldots, 1+\frac{n-1}{n}$, 2 с равными вероятностями. Найти предел (в смысле сходимости по распределению) последовательности η_n.

2. Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют показательное распределение с параметром $\alpha = 3$. Для любого $n = 1, 2, \ldots$ случайная величина η_n равна 1, если $\xi_n < 1$, и равна 0, если $\xi_n \geqslant 1$. При каких последовательностях c_n, d_n имеет место сходимость по распределению

$$\frac{\eta_1 + \ldots + \eta_n - c_n}{d_n} \implies \mathbf{N_{0,1}}?$$

3. В условиях задачи 2 найти предел (по вероятности) при $n \to \infty$ последовательности $\dfrac{\xi_n}{n}$.

4. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределенных случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке [1,3], и пусть $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти:

$$\lim_{n\to\infty} \mathbf{P}(S_n/n < 3), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathbf{P}(S_n/n < 2), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathbf{P}(S_n/n < 1).$$

5. В среднем каждая четвертая деталь имеет брак. Какое наименьшее число деталей требуется отправить заказчику, чтобы, с вероятностью 0.99, среди них оказалось хотя бы 1000 годных деталей?

6. Взяли 625 деталей из задачи 5. Найти, в каких границах содержится число годных деталей с вероятностью 0.98. *В задачах 5 и 6 использовать ЦПТ.*

1. Пусть $\psi_1, \psi_2, \ldots$ — последовательность случайных величин. Для любого $n = 1, 2, \ldots$ случайная величина ψ_n принимает n значений $\frac{1}{n}$, $\frac{2}{n}, \ldots, \frac{n-1}{n}$, $\frac{n}{n}$ с равными вероятностями. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности ψ_n.

2. Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют равномерное распределение на отрезке $[-1, 2]$. Для любого $n = 1, 2, \ldots$ случайная величина η_n равна 1, если $\xi_n > 1$, и равна 0, если $\xi_n \leqslant 1$. При каких последовательностях c_n, d_n имеет место слабая сходимость

$$\frac{\eta_1 + \ldots + \eta_n - c_n}{d_n} \implies \mathbf{N_{0,1}}?$$

3. В условиях задачи 2 найти предел (по вероятности) при $n \to \infty$ последовательности $\dfrac{\xi_n}{n}$.

4. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределенных случайных величин, имеющих показательное распределение с параметром $\alpha = 1/2$, и пусть $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти:

$$\lim_{n\to\infty} \mathbf{P}(S_n/n < 0), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathbf{P}(S_n/n < 4), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathbf{P}(S_n/n < 2).$$

5. Монета выпадает гербом с вероятностью 3/5. Сколько раз достаточно бросить монету, чтобы, с вероятностью 0.96, отклонение частоты выпадения герба от вероятности не превысило 0.01?

6. Монета из задачи 5 брошена 900 раз. Найти, в каких границах содержится число выпавших гербов с вероятностью 0.96.
В задачах 5 и 6 использовать ЦПТ.

---

1. Пусть $\zeta_1, \zeta_2, \ldots$ — последовательность случайных величин. Для любого $n = 1, 2, \ldots$ случайная величина ζ_n принимает n значений 0, $\frac{1}{n}$, $\frac{2}{n}, \ldots, \frac{n-1}{n}$ с равными вероятностями. Найти предел (в смысле сходимости по распределению) последовательности ζ_n.

2. Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют показательное распределение с параметром $\alpha = 5$. Для любого $n = 1, 2, \ldots$ случайная величина η_n равна 1, если $\xi_n > 1$, и равна 0, если $\xi_n \leqslant 1$. При каких последовательностях c_n, d_n имеет место сходимость по распределению

$$\frac{\eta_1 + \ldots + \eta_n - c_n}{d_n} \implies \mathbf{N_{0,1}}?$$

3. В условиях задачи 2 найти предел (по вероятности) при $n \to \infty$ последовательности $\dfrac{\xi_n}{n}$.

4. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределенных случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке [0,4], и пусть $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти:

$$\lim_{n\to\infty} \mathbf{P}(S_n/n < 2), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathbf{P}(S_n/n < 4), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathbf{P}(S_n/n < 1).$$

5. В среднем один из десяти телевизоров имеет брак. Какое наименьшее число телевизоров требуется отправить заказчику, чтобы, с вероятностью 0.98, среди них оказалось хотя бы 300 годных?

6. Взяли 144 телевизора из задачи 5. Найти, в каких границах содержится число годных телевизоров с вероятностью 0.96.
В задачах 5 и 6 использовать ЦПТ.

---

1. Пусть $\phi_1, \phi_2, \ldots$ — последовательность случайных величин. Для любого $n = 1, 2, \ldots$ случайная величина ϕ_n принимает n значений $\frac{1}{n}$, $\frac{2}{n}, \ldots, \frac{n-1}{n}$, $\frac{n}{n}$ с равными вероятностями. Найти предел (в смысле сходимости по распределению) последовательности ϕ_n.

2. Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимы и имеют показательное распределение с параметром $\alpha = 4$. Для любого $n = 1, 2, \ldots$ случайная величина η_n равна 1, если $\xi_n < 3$, и равна 0, если $\xi_n \geqslant 3$. При каких последовательностях c_n, d_n имеет место сходимость по распределению

$$\frac{\eta_1 + \ldots + \eta_n - c_n}{d_n} \implies \mathbf{N_{0,1}}?$$

3. В условиях задачи 2 найти предел (по вероятности) при $n \to \infty$ последовательности $\dfrac{\xi_n}{n}$.

4. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность независимых и одинаково распределенных случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке [-2,2], и пусть $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти:

$$\lim_{n\to\infty} \mathbf{P}(S_n/n < 0), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathbf{P}(S_n/n > -2), \qquad \lim_{n\to\infty} \mathbf{P}(S_n/n > 2).$$

5. Монета выпадает гербом с вероятностью 2/5. Сколько раз достаточно бросить монету, чтобы, с вероятностью 0.98, отклонение частоты выпадения герба от вероятности не превысило 0.05?

6. Монета из задачи 5 брошена 400 раз. Найти, в каких границах содержится число выпавших гербов с вероятностью 0.98.
В задачах 5 и 6 использовать ЦПТ.