1. Пусть $\xi \Subset N_{-1,\,4}$. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = 1 - 2\xi$.

2. Случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью вида $f_\xi(t) = ct$ при $0 < t < 5$, $f_\xi(t) = 0$ при $t \notin (0;\ 5)$. Вычислить постоянную c и найти таблицу распределения случайной величины $\eta = [\xi]$ (целая часть ξ). Построить график функции распределения η.

3. При одном выстреле стрелок попадает в мишень с вероятностью 0,2 независимо от результатов других выстрелов. Случайная величина ξ равна количеству попаданий после трёх выстрелов, а случайная величина η равна единице, если при первом выстреле произошло попадание, и равна нулю иначе. Найти $\rho(\xi, \eta)$.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_n \Subset U_{1,\,2}$ независимы. Найти функцию распределения и математическое ожидание случайной величины $\min\{\xi_1, \ldots, \xi_n\}$.

5. Пусть $\xi \Subset E_2$, $\eta \Subset U_{0,\,3}$, $\chi \Subset \Pi_4$, и все эти величины независимы. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\varphi = \xi - 4\eta\chi$.

6. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_5 \Subset \Pi_\lambda$ независимы. Пусть $\eta = \xi_1 + \ldots + \xi_5$. Найти $\mathsf{E}\,(\eta(\eta - 1)e^\eta)$.

7*. Случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью $f_\xi(t) = p\,\beta \mathrm{e}^{\beta t}$ при $t < 0$ и $f_\xi(t) = (1-p)\alpha \mathrm{e}^{-\alpha t}$ при $t \geqslant 0$, где $0 < p < 1$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$ — некоторые параметры.

а) Нарисовать график плотности и вычислить моду $\overset{\circ}{x}$, мат. ожидание $\mathsf{E}\xi$.

б) Привести пример таких значений α, β, p, при которых $\mathsf{E}\xi < \overset{\circ}{x} < x_{0,5}$ (мат. ожидание < моды < медианы).

Указание: для а.н.р. *модой* называется любая точка локального максимума плотности; *медианой* является любая точка $x_{0,5}$ такая, что прямая $t = x_{0,5}$ делит площадь подграфика плотности $f_\xi(t)$ пополам.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. Пусть $\xi \Subset N_{1,\,3}$. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = 2 - 5\xi$.

2. Случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью вида $f_\xi(t) = c\mathrm{e}^{-t}$ при $0 < t < 4$, $f_\xi(t) = 0$ при $t \notin (0;\ 4)$. Вычислить постоянную c и найти таблицу распределения случайной величины $\eta = [\xi]$ (целая часть ξ). Построить график функции распределения η.

3. В урне один чёрный шар и два белых. Четыре раза из урны доставали шар, возвращая его всякий раз обратно. Случайная величина ξ равна количеству раз, когда попадался белый шар. Случайная величина η равна единице, если при четвёртом испытании вынули белый шар, и равна нулю иначе. Найти $\rho(\xi, \eta)$.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_n \Subset U_{2,\,3}$ независимы. Найти функцию распределения и математическое ожидание случайной величины $\max\{\xi_1, \ldots, \xi_n\}$.

5. Пусть $\xi \Subset E_3$, $\eta \Subset B_{10,\,1/2}$, $\chi \Subset \Pi_2$, и все эти величины независимы. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\varphi = \chi - 3\eta\xi$.

6. Пусть $\xi_1, \xi_2, \xi_3 \Subset \Pi_\lambda$ независимы. Пусть $\eta = \xi_1 + \xi_2 + \xi_3$. Найти $\mathsf{E}\left((\eta + 1)^{-1} e^{-2\eta}\right)$.

7*. Случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью $f_\xi(t) = p\,\beta \mathrm{e}^{-\beta t}$ при $t > 0$ и $f_\xi(t) = (1-p)\alpha \mathrm{e}^{\alpha t}$ при $t \leqslant 0$, где $0 < p < 1$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$ — некоторые параметры.

а) Нарисовать график плотности и вычислить моду $\overset{\circ}{x}$, мат. ожидание $\mathsf{E}\xi$.

б) Привести пример таких значений α, β, p, при которых $x_{0,5} < \overset{\circ}{x} < \mathsf{E}\xi$ (медиана < моды < мат. ожидания).

Указание: для а.н.р. *модой* называется любая точка локального максимума плотности; *медианой* является любая точка $x_{0,5}$ такая, что прямая $t = x_{0,5}$ делит площадь подграфика плотности $f_\xi(t)$ пополам.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

1. Пусть $\xi \Subset N_{5,\,7}$. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = -3\xi + 2$.

2. Случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью вида $f_\xi(t) = ct^2$ при $0 < t < 3$, $f_\xi(t) = 0$ при $t \notin (0;\ 3)$. Вычислить постоянную c и найти таблицу распределения случайной величины $\eta = [\xi]$ (целая часть ξ). Построить график функции распределения η.

3. Любой из четырёх первых дней мая может быть дождливым с вероятностью $1/2$ независимо от других. Случайная величина ξ равна количеству дождливых дней среди первых четырёх дней мая, а случайная величина η равна единице, если 1 мая идет дождь, и равна нулю иначе. Найти $\rho(\xi, \eta)$.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_n \Subset U_{3,\,4}$ независимы. Найти функцию распределения и математическое ожидание случайной величины $\min\{\xi_1, \ldots, \xi_n\}$.

5. Пусть $\xi \Subset E_4$, $\eta \Subset U_{-1,\,1}$, $\chi \Subset \Pi_4$, и все эти величины независимы. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\varphi = \eta - 3\xi\chi$.

6. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_4 \Subset \Pi_\lambda$ независимы. Пусть $\eta = \xi_1 + \ldots + \xi_4$. Найти $\mathsf{E}\,(\eta \cdot 2^\eta)$.

7*. Случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью $f_\xi(t) = p\,\beta \mathrm{e}^{\beta t}$ при $t < 0$ и $f_\xi(t) = (1-p)\alpha \mathrm{e}^{-\alpha t}$ при $t \geqslant 0$, где $0 < p < 1$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$ — некоторые параметры.

а) Нарисовать график плотности и вычислить моду $\overset{\circ}{x}$, мат. ожидание $\mathsf{E}\xi$.

б) Привести пример таких значений α, β, p, при которых $\mathsf{E}\xi < \overset{\circ}{x} < x_{0,5}$ (мат. ожидание < моды < медианы).

Указание: для а.н.р. *модой* называется любая точка локального максимума плотности; *медианой* является любая точка $x_{0,5}$ такая, что прямая $t = x_{0,5}$ делит площадь подграфика плотности $f_\xi(t)$ пополам.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. Пусть $\xi \Subset N_{-5,\,2}$. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = 1 - 3\xi$.

2. Случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью вида $f_\xi(t) = c$ при $0 < t < 1$, $f_\xi(t) = 1/4$ при $1 \leqslant t < 3$, $f_\xi(t) = 0$ при $t \notin (0;\ 3)$. Вычислить постоянную c и найти таблицу распределения случайной величины $\eta = [\xi]$ (целая часть ξ). Построить график функции распределения η.

3. Из полной колоды вынимают 4 карты по одной, возвращая всякий раз вынутую карту в колоду. Случайная величина ξ равна количеству попавшихся пиковых карт. Случайная величина η равна единице, если первой попалась пиковая карта, и равна нулю иначе. Найти $\rho(\xi, \eta)$.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_n \Subset U_{4,\,5}$ независимы. Найти функцию распределения и математическое ожидание случайной величины $\max\{\xi_1, \ldots, \xi_n\}$.

5. Пусть $\xi \Subset E_5$, $\eta \Subset B_{16,\,1/4}$, $\chi \Subset \Pi_3$, и все эти величины независимы. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\varphi = \chi\xi - 5\eta$.

6. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_6 \Subset \Pi_\lambda$ независимы. Пусть $\eta = \xi_1 + \ldots + \xi_6$. Найти $\mathsf{E}\,((\eta+1)(\eta+2))^{-1}$.

7*. Случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью $f_\xi(t) = p\,\beta \mathrm{e}^{-\beta t}$ при $t > 0$ и $f_\xi(t) = (1-p)\alpha \mathrm{e}^{\alpha t}$ при $t \leqslant 0$, где $0 < p < 1$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$ — некоторые параметры.

а) Нарисовать график плотности и вычислить моду $\overset{\circ}{x}$, мат. ожидание $\mathsf{E}\xi$.

б) Привести пример таких значений α, β, p, при которых $x_{0,5} < \overset{\circ}{x} < \mathsf{E}\xi$ (медиана < моды < мат. ожидания).

Указание: для а.н.р. *модой* называется любая точка локального максимума плотности; *медианой* является любая точка $x_{0,5}$ такая, что прямая $t = x_{0,5}$ делит площадь подграфика плотности $f_\xi(t)$ пополам.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

1. Пусть $\xi \Subset N_{1,\,5}$. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = -2\xi - 2$.

2. Случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью вида $f_\xi(t) = c(2-t)$ при $0 < t < 2$, $f_\xi(t) = 0$ при $t \notin (0;\ 2)$. Вычислить постоянную c и найти таблицу распределения случайной величины $\eta = [\xi]$ (целая часть ξ). Построить график функции распределения η.

3. Любая из четырёх лампочек перегорает при включении с вероятностью $1/4$ независимо от остальных. Первая из них изготовлена в Томске, остальные в Бийске. Случайная величина ξ равна числу перегоревших лампочек, а случайная величина η равна единице, если первая лампочка перегорела, и равна нулю, если не перегорела. Найти $\rho(\xi, \eta)$.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_n \Subset U_{5,\,6}$ независимы. Найти функцию распределения и математическое ожидание случайной величины $\min\{\xi_1, \ldots, \xi_n\}$.

5. Пусть $\xi \Subset E_6$, $\eta \Subset U_{1,\,5}$, $\chi \Subset \Pi_2$, и все эти величины независимы. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\varphi = \eta\xi - 3\chi$.

6. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_7 \Subset \Pi_\lambda$ независимы. Пусть $\eta = \xi_1 + \ldots + \xi_7$. Найти $\mathsf{E}\,(\eta \cdot 3^{-\eta})$.

7*. Случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью $f_\xi(t) = p\,\beta \mathrm{e}^{\beta t}$ при $t < 0$ и $f_\xi(t) = (1-p)\alpha \mathrm{e}^{-\alpha t}$ при $t \geqslant 0$, где $0 < p < 1$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$ — некоторые параметры.

а) Нарисовать график плотности и вычислить моду $\overset{\circ}{x}$, мат. ожидание $\mathsf{E}\xi$. Указать, как положение медианы $x_{0,5}$ зависит от p.

б) Привести пример таких значений α, β, p, при которых $\mathsf{E}\xi < \overset{\circ}{x} < x_{0,5}$ (мат. ожидание < моды < медианы).

Указание: для а.н.р. *модой* называется любая точка локального максимума плотности; *медианой* является любая точка $x_{0,5}$ такая, что прямая $t = x_{0,5}$ делит площадь подграфика плотности $f_\xi(t)$ пополам.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. Пусть $\xi \Subset N_{6,\,16}$. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = 1 - \xi/2$.

2. Случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью вида $f_\xi(t) = c$ при $0 < t < 2$, $f_\xi(t) = 1/5$ при $2 \leqslant t < 3$, $f_\xi(t) = 0$ при $t \notin (0;\ 3)$. Вычислить постоянную c и найти таблицу распределения случайной величины $\eta = [\xi]$ (целая часть ξ). Построить график функции распределения η.

3. Любой из трёх разноцветных шариков может лопнуть при надувании с вероятностью $1/5$. Случайная величина ξ равна количеству лопнувших шариков. Случайная величина η равна единице, если зелёный шарик лопнул, и равна нулю в противном случае. Найти $\rho(\xi, \eta)$.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_n \Subset U_{6,\,7}$ независимы. Найти функцию распределения и математическое ожидание случайной величины $\max\{\xi_1, \ldots, \xi_n\}$.

5. Пусть $\xi \Subset E_7$, $\eta \Subset B_{36,\,3/4}$, $\chi \Subset \Pi_2$, и все эти величины независимы. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\varphi = 7\chi\xi - \eta$.

6. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_4 \Subset \Pi_\lambda$ независимы. Пусть $\eta = \xi_1 + \ldots + \xi_4$. Найти $\mathsf{E}\left((\eta+1)^{-1} e^{-2\eta}\right)$.

7*. Случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью $f_\xi(t) = p\,\beta \mathrm{e}^{-\beta t}$ при $t > 0$ и $f_\xi(t) = (1-p)\alpha \mathrm{e}^{\alpha t}$ при $t \leqslant 0$, где $0 < p < 1$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$ — некоторые параметры.

а) Нарисовать график плотности и вычислить моду $\overset{\circ}{x}$, мат. ожидание $\mathsf{E}\xi$.

б) Привести пример таких значений α, β, p, при которых $x_{0,5} < \overset{\circ}{x} < \mathsf{E}\xi$ (медиана < моды < мат. ожидания).

Указание: для а.н.р. *модой* называется любая точка локального максимума плотности; *медианой* является любая точка $x_{0,5}$ такая, что прямая $t = x_{0,5}$ делит площадь подграфика плотности $f_\xi(t)$ пополам.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	