1. Из урны, в которой один синий, два зелёных и два белых шара, берут шар дважды наудачу и **с возвращением**. Построить график функции распределения количества появившихся белых шаров. Найти коэффициент корреляции количества появившихся белых и количества появившихся синих шаров.

2. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c\cdot(t-1) & \text{при } 1 < t < 3, \\ 0 & \text{при } t \notin (1;\ 3). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти математическое ожидание и дисперсию ξ.

3. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие равномерное распределение на отрезке $[0,\,1]$. Если $\xi \geqslant 3/4$, то случайная величина φ полагается равной ξ. В противном случае φ полагается равной η. Найти функцию распределения случайной величины φ и нарисовать её график.

4. Пусть $\xi_1,\ldots,\xi_5$ — независимые с.в. с равномерным распределением на отрезке $[0,\,3]$. Доказать, что случайные величины $\min(\xi_1,\ldots,\xi_5)$ и $3-\max(\xi_1,\ldots,\xi_5)$ имеют одно и то же распределение.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-2,\,4}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{3,\,16}$. Найти распределение случайной величины $\xi-2\eta+3$ и записать его плотность.

6. Случайная величина ξ имеет показательное распределение с параметром 2. Проверить по определению независимость случайных величин ξ и $-\xi$.

7*. Пусть случайные величины ξ_1 и ξ_2 положительны и одинаково распределены. Привести пример, показывающий, что не обязательно $\mathsf{E}\Big(\dfrac{\xi_1}{\xi_2}\Big) = \mathsf{E}\Big(\dfrac{\xi_2}{\xi_1}\Big)$, даже если эти математические ожидания существуют.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. Стрелок дважды стреляет по мишени. При каждом выстреле стрелок выбивает 10 очков с вероятностью 0,1, 9 очков с вероятностью 0,2 и 0 очков с вероятностью 0,7. Построить график функции распределения суммарного числа выбитых очков. Найти коэффициент корреляции суммарного числа выбитых очков и числа попаданий в девятку.

2. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие показательное распределение с параметром $\alpha = 1$. Если $\xi \geqslant 1$, то случайная величина φ полагается равной ξ. В противном случае φ полагается равной η. Найти функцию распределения случайной величины φ и нарисовать её график.

3. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c\cdot t^{-4} & \text{при } t \geqslant 1, \\ 0 & \text{при } t < 1. \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти математическое ожидание и дисперсию ξ.

4. Пусть $\xi_1,\ldots,\xi_6$ — независимые случайные величины с показательным распределением с параметром 2. Доказать, что случайные величины $\min(\xi_1,\ldots,\xi_6)$ и $\dfrac{\xi_1}{6}$ имеют одно и то же распределение.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{8,\,36}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-2,\,64}$. Найти Найти распределение случайной величины $\eta - 3\xi - 2$ и записать его плотность.

6. Привести пример, когда распределение суммы двух случайных величин, имеющих одно и то же распределение Пуассона с параметром λ, не является распределением Пуассона.

7*. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые случайные величины, причем ξ_k принимает значения $0,\ 1,\ \ldots,\ 9$ с вероятностью $1/10$ каждое. Найти функцию распределения суммы ряда $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \dfrac{\xi_k}{10^k}$.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

1. В урне 1 белый, 2 чёрных и один зелёный шар. Из урны наудачу трижды вынимают шар, возвращая его всякий раз обратно. Построить график функции распределения числа появлений зелёного шара. Найти коэффициент корреляции числа появлений зелёного шара и числа появлений белого щара.

2. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие равномерное распределение на отрезке $[0,\,1]$. Если $\xi \leqslant 3/4$, то случайная величина φ полагается равной ξ. В противном случае φ полагается равной η. Найти функцию распределения случайной величины φ и нарисовать её график.

3. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot (t^2+1) & \text{при } 1 < t < 2, \\ 0 & \text{при } t \notin (1;\ 2). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти математическое ожидание и дисперсию ξ.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_5,$ — независимые случайные величины с распределением Парето с плотностью $f(x) = \dfrac{2}{x^3}$ при $x \geqslant 1$. Выяснить, одинаковы ли распределения случайных величин $\min(\xi_1, \ldots, \xi_5)$ и $\sqrt[5]{\xi_1}$.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-2,\,1}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{4,\,6}$. Найти распределение случайной величины $\eta - 2\xi + 1$ и записать его плотность.

6. Пусть задано $\Omega = [0,\,1]$ с борелевской сигма-алгеброй и мерой Лебега. Построить на этом вероятностном пространстве две разные случайные величины с одинаковыми невырожденными распределениями.

7*. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие геометрическое распределение с параметрами $1/2$ и $1/3$. Доказать, что случайная величина $\nu = \min(\xi,\,\eta)$ также имеет геометрическое распределение. Найти параметр этого распределения.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. Стрелок дважды стреляет по мишени. При каждом выстреле стрелок выбивает 3 очка с вероятностью 0,2, 2 очка с вероятностью 0,3 и 0 очков с вероятностью 0,5. Построить график функции распределения суммарного числа выбитых очков. Найти коэффициент корреляции суммарного числа выбитых очков и числа выстрелов, при которых выбито 0 очков.

2. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие показательное распределение с параметром $\alpha = 1$. Если $\xi \leqslant 1$, то случайная величина φ полагается равной ξ. В противном случае φ полагается равной η. Найти функцию распределения случайной величины φ и нарисовать её график.

3. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t^2 & \text{при } 0 < t < 2, \\ 0 & \text{при } t \notin (0;\ 2). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти математическое ожидание и дисперсию ξ.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_4$ — независимые случайные величины с равномерным распределением на отрезке $[1,\,3]$. Доказать, что распределения случайных величин $\min(\xi_1, \ldots, \xi_4) - 1$ и $3 - \max(\xi_1, \ldots, \xi_4)$ одинаковы.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{0,\,9}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{2,\,4}$. Найти распределение случайной величины $3\eta - 2\xi + 1$ и записать его плотность.

6. Вычислить $\mathsf{E}2^{\xi}$ для $\xi \Subset \Pi_3$.

7*. Пусть ξ и η — случайные величины. Доказать, что если существуют $\mathsf{E}\xi$ и $\mathsf{E}\eta$, то существует $\mathsf{E}\max\{\xi,\,\eta\}$. Привести пример, показывающий, что обратное неверно.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

1. В двух урнах по одному белому и по два чёрных шара. Вынимают по два шара из каждой урны. Построить график функции распределения числа вынутых белых шаров. Найти коэффициент корреляции числа вынутых белых шаров из двух урн и числа вынутых чёрных шаров из второй урны.

2. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие равномерное распределение на отрезке $[0,\,1]$. Если $\xi \geqslant 1/4$, то случайная величина φ полагается равной ξ. В противном случае φ полагается равной η. Найти функцию распределения случайной величины φ и нарисовать её график.

3. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t & \text{при } 2 < t < 4, \\ 0 & \text{при } t \notin (2;\ 4). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти математическое ожидание и дисперсию ξ.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_7$ — независимые случайные величины с показательным распределением с параметром 3. Одинаковы ли распределения случайных величин $\min(\xi_1, \ldots, \xi_7)$ и $\dfrac{\xi_1}{7}$?

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{1,\,2}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-3,\,4}$. Найти распределение случайной величины $3\xi - \eta - 1$ и записать его плотность.

6. Случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[-1,\,1]$. Проверить по определению независимость случайных величин ξ и $-\xi$.

7*. Пусть $\mathsf{E}\xi^2 = \mathsf{E}\xi^3 = \mathsf{E}\xi^4$ и распределение ξ невырождено. Доказать, что ξ имеет распределение Бернулли.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. В каждой из трёх урн находятся по одному синему, по одному зелёному и по три жёлтых шара. Из каждой урны берут наудачу по одному шару. Построить график функции распределения количества жёлтых шаров среди вынутых. Найти коэффициент корреляции количества жёлтых и количества синих шаров среди вынутых.

2. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие показательное распределение с параметром $\alpha = 2$. Если $\xi \geqslant 1$, то случайная величина φ полагается равной ξ. В противном случае φ полагается равной η. Найти функцию распределения случайной величины φ и нарисовать её график.

3. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t^2 & \text{при } 1 < t < 2, \\ 0 & \text{при } t \notin (1;\ 2). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти математическое ожидание и дисперсию ξ.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_3$ — независимые случайные величины с плотностью распределения $f(x) = \dfrac{6}{x^7}$ при $x \geqslant 1$. Найти распределение случайной величины $\big(\min(\xi_1, \xi_2, \xi_3)\big)^3$.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{1,\,4}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-2,\,3}$. Найти распределение случайной величины $2\eta - \xi + 2$ и записать его плотность.

6. Пусть $\langle \Omega, \mathcal{F}, \mathsf{P} \rangle = \langle [0,\,1], \mathfrak{B}([0,\,1]), \lambda \rangle$, где λ — мера Лебега. Построить две независимые случайные величины ξ, η, имеющие одно и то же распределение Бернулли с параметром $1/2$.

7*. Пусть ξ имеет стандартное нормальное распределение. Положим $\eta = 0$ при $\xi \leqslant 0$ и $\eta = 1$ при $\xi > 0$. Доказать, что случайные величины $|\xi|$ и η независимы.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

1. Из урны, в которой один синий, два красных и три белых шара, берут шар дважды наудачу и **с возвращением**. Построить график функции распределения количества появившихся белых шаров. Найти коэффициент корреляции количества появившихся белых и количества появившихся синих шаров.

2. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$f(t) = \begin{cases} c \cdot (t^2 - 1) & \text{при } 2 < t < 3, \\ 0 & \text{при } t \notin (2;\ 3). \end{cases}$ Вычислить постоянную c, найти математическое ожидание и дисперсию ξ.

3. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие равномерное распределение на отрезке $[0,\,1]$. Если $\xi \leqslant 1/4$, то случайная величина φ полагается равной ξ. В противном случае φ полагается равной η. Найти функцию распределения случайной величины φ и нарисовать её график.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_7$ — независимые случайные величины с показательным распределением с параметром α. Найти распределение случайной величины $7 \min(\xi_1, \ldots, \xi_7)$.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{3,\,3}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-2,\,4}$. Найти распределение случайной величины $\eta - 3\xi + 1$ и записать его плотность.

6. Случайная величина ξ имеет вырожденное распределение в точке 3, Проверить по определению независимость ξ и 2ξ.

7*. Привести пример положительных и одинаково распределённых случайных величин ξ_1 и ξ_2 таких, что

$$\mathsf{E}\Big(\frac{\xi_1}{\xi_1 + \xi_2}\Big) \neq \mathsf{E}\Big(\frac{\xi_2}{\xi_1 + \xi_2}\Big).$$

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. В первой урне 2 белых и 2 чёрных шара, во второй — 1 белый и 1 чёрный шар. Из первой урны берут два шара, из второй один. Построить график функции распределения числа вынутых чёрных шаров. Найти коэффициент корреляции числа вынутых чёрных шаров из обеих урн и из второй урны.

2. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие показательное распределение с параметром $\alpha = 3$. Если $\xi \leqslant 1$, то случайная величина φ полагается равной ξ. В противном случае φ полагается равной η. Найти функцию распределения случайной величины φ и нарисовать её график.

3. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$f(t) = \begin{cases} c \cdot (t - 1) & \text{при } 1 < t < 3, \\ 0 & \text{при } t \notin (1;\ 3). \end{cases}$ Вычислить постоянную c, найти математическое ожидание и дисперсию ξ.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_7$ — независимые случайные величины с распределением Парето с плотностью $f(x) = \dfrac{5}{x^6}$ при $x \geqslant 1$. Сравнить распределения случайных величин $(\min(\xi_1, \ldots, \xi_7))^7$ и ξ_1.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-1,\,3}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{2,\,4}$. Найти распределение случайной величины $2\eta - \xi + 3$ и записать его плотность.

6. Привести пример двух зависимых величин, для которых дисперсия суммы равна сумме их дисперсий.

7*. Пусть случайные величины ξ_1 и ξ_2 положительны и одинаково распределены. Привести пример, показывающий, что не обязательно совпадают распределения векторов $(\xi_1,\,\xi_2)$ и $(\xi_2,\,\xi_1)$.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	