1. Из урны, в которой один синий, два зелёных и три жёлтых шара, берут наудачу два шара. Построить график функции распределения количества жёлтых шариков среди вынутых. Найти коэффициент корреляции количества жёлтых и количества зелёных шариков среди вынутых.

2. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot (t-1) & \text{при } 1 < t < 3, \\ 0 & \text{при } t \notin (1;\ 3). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти функцию распределения ξ и вычислить $\mathsf{P}(\xi \leqslant \mathsf{E}\xi)$.

3. Пусть ξ_1, ξ_2 и η — независимые случайные величины, ξ_1 и ξ_2 имеют распределение Бернулли с параметром $1/4$, η — показательное распределение с параметром 3. Найти $\mathsf{P}(\xi_1 + \xi_2 < \eta)$.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_n$ — независимые с.в. с равномерным распределением на отрезке $[0, 2]$. Доказать, что случайные величины $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ и $2 - \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ имеют одно и то же распределение.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-2,\,16}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{3,\,9}$. Найти $\mathsf{P}(\xi < \eta)$.

6. Случайная величина ξ имеет вырожденное распределение. Доказать, что ξ и произвольная случайная величина η независимы.

7*. Случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots,$ независимы в совокупности и одинаково распределены, $\mathsf{P}(\xi_1 = 1) = \mathsf{P}(\xi_1 = -1) = 1/2$. Пусть $\zeta_n = \prod\limits_{i=1}^{n} \xi_i$. Доказать, что последовательность ζ_n состоит из независимых в совокупности случайных величин.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. В партии из 6 деталей содержится две бракованных. Контролёр проверяет детали последовательно по одной до обнаружения бракованной. Построить график функции распределения числа вынутых годных деталей. Найти коэффициент корреляции числа вынутых годных деталей и случайной величины, равной единице, если первая проверенная деталь годная, и нулю в противном случае.

2. Пусть φ, ξ и η — независимые случайные величины, φ имеет распределение Бернулли с параметром $1/3$, ξ и η имеют равномерные распределения на отрезках $[0,\,1]$ и $[0,\,2]$ соответственно. Найти функцию распределения и плотность распределения случайной велмчины $\zeta = \varphi\xi + (1-\varphi)\eta$.

3. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t^{-5} & \text{при } t \geqslant 1, \\ 0 & \text{при } t < 1. \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти функцию распределения ξ и вычислить $\mathsf{P}(\xi > \mathsf{E}\xi)$.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_{10}$ — независимые случайные величины с показательным распределением с параметром 2. Доказать, что случайные величины $\min(\xi_1, \ldots, \xi_{10})$ и $\dfrac{\xi_1}{10}$ имеют одно и то же распределение.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{8,\,36}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-2,\,64}$. Найти $\mathsf{P}(\xi > \eta)$.

6. Привести пример распределения случайной величины, первый момент которой существует, а второй — нет.

7*. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые случайные величины, причем ξ_k принимает значения 0, 1, ..., 9 с вероятностью $1/10$ каждое. Найти функцию распределения суммы ряда $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \dfrac{\xi_k}{10^k}$.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

1. В урне 1 белый, 2 чёрных и один зелёный шар. Шары вынимают из урны по одному без возвращения до тех пор, пока не будет вынут белый шар. После этого эксперимент прекращают. Построить график функции распределения числа вынутых чёрных шаров. Найти коэффициент корреляции числа вынутых чёрных шаров и числа вынутых зелёных шаров.

2. Пусть ξ_1, ξ_2 и η — независимые случайные величины, величина ξ_1 принимает значения -1, 0 и 1 с вероятностями по 1/3, величина ξ_2 имеет распределение Бернулли с параметром 1/2, величина η имеет показательное распределение с параметром 3. Найти $\mathsf{P}(\xi_1 + \xi_2 < \eta)$.

3. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot (t^2 - 1) & \text{при } 1 < t < 2, \\ 0 & \text{при } t \notin (1;\ 2). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти функцию распределения ξ и вычислить $\mathsf{P}(\xi \leqslant \mathsf{E}\xi)$.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_7,$ — независимые случайные величины с распределением Парето с плотностью $f(x) = \dfrac{2}{x^3}$ при $x \geqslant 1$. Выяснить, одинаковы ли распределения случайных величин $\min(\xi_1, \ldots, \xi_7)$ и $\sqrt[7]{\xi_1}$.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-2,\,1}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{4,\,6}$. Найти $\mathsf{P}(\xi < 2\eta)$.

6. Задать вероятностное пространство и построить на нём две разные случайные величины с одинаковыми распределениями.

7*. Пусть ξ и η — случайные величины. Доказать, что если существуют $\mathsf{E}\xi$ и $\mathsf{E}\eta$, то существует $\mathsf{E}\max\{\xi,\,\eta\}$. Привести пример, показывающий, что обратное неверно.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. Случайная величина ξ принимает значения ± 1 с вероятностями по 1/3, и значения 0 и 2 с равными вероятностями. Случайная величина η не зависит от ξ и имеет такое же распределение.

Нарисовать график функции распределения случайной величины ξ^2. Проверить по определению, зависимы ли случайные величины $\xi - \eta$ и $\xi + \eta$ и вычислить их коэффициент корреляции.

2. Пусть ξ_1, ξ_2 и η — независимые случайные величины, ξ_1 и ξ_2 имеют распределение Пуассона с параметром 2, η — показательное распределение с параметром 3. Найти $\mathsf{P}(\xi_1 + \xi_2 < \eta)$.

3. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t^2 & \text{при } 0 < t < 2, \\ 0 & \text{при } t \notin (0;\ 2). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти $\mathsf{D}\xi$ и найти функцию распределения величины ξ.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_n$ — независимые случайные величины с равномерным распределением на отрезке [1, 3]. Доказать, что распределения случайных величин $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n) - 1$ и $3 - \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ одинаковы.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{0,\,9}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{2,\,4}$. Найти плотность распределения случайной величины $4\eta - 2\xi - 1$.

6. Случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[-1,\,1]$. Существует ли математическое ожидание случайной величины $\dfrac{e^\xi}{\xi}$? Обосновать.

7*. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие геометрическое распределение с параметрами 1/2 и 1/3. Доказать, что случайная величина $\nu = \min(\xi,\,\eta)$ также имеет геометрическое распределение. Найти параметр этого распределения.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

1. В первой урне 2 белых и 2 чёрных шара, во второй — 1 белый и 2 чёрных. Вынимают по два шара из каждой урны. Построить график функции распределения числа вынутых белых шаров. Найти коэффициент корреляции числа вынутых белых шаров из двух урн и числа вынутых чёрных шаров из второй урны.

2. Пусть ξ_1, ξ_2 и η — независимые случайные величины, ξ_1 имеет биномиальное распределение с параметрами 2 и 1/5, ξ_2 имеет распределение Бернулли с параметром 2/3, η — показательное распределение с параметром 5. Найти $\mathsf{P}(\xi_1 + \xi_2 < \eta)$.

3. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot (t^2 - 4) & \text{при } 2 < t < 4, \\ 0 & \text{при } t \notin (2;\ 4). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти $\mathsf{E}\dfrac{e^{\xi}}{\xi^2 - 4}$ и найти функцию распределения величины ξ.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_8$ — независимые случайные величины с показательным распределением с параметром 3. Доказать, что случайные величины $\min(\xi_1, \ldots, \xi_8)$ и $\dfrac{\xi_1}{8}$ имеют одно и то же распределение.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{1,5}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{2,16}$. Найти $\mathsf{P}(\eta < 2\xi - 3)$.

6. Случайная величина ξ имеет показательное распределение с параметром 3. Доказать по определению, что случайные величины ξ и $-\xi$ зависимы.

7*. Один игрок бросил правильную монетку 2016 раз, а другой игрок — 2017. Какова вероятность того, что гербов у второго выпало больше, чем у первого?

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. В каждой из трёх урн находятся по одному синему, по одному зелёному и по два жёлтых шара. Из каждой урны берут наудачу по одному шару. Построить график функции распределения количества жёлтых шаров среди вынутых. Найти коэффициент корреляции количества жёлтых и количества синих шаров среди вынутых.

2. Пусть ξ, η и φ — независимые случайные величины, ξ имеет показательное распределение с параметром 7, η имеет равномерное распределение на отрезке $[0, 3]$, φ — распределение Бернулли с параметром 1/5. Найти функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\varphi\xi + (1 - \varphi)\eta$.

3. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot (t - 1)^2 & \text{при } 1 < t < 4, \\ 0 & \text{при } t \notin (1;\ 4). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти функцию распределения ξ и вычислить $\mathsf{P}(\xi \leqslant \mathsf{E}\xi)$.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_6$ — независимые случайные величины с плотностью распределения $f(x) = \dfrac{3}{x^4}$ при $x \geqslant 1$. Найти распределение случайной величины $\big(\min(\xi_1, \ldots, \xi_6)\big)^6$.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{1,4}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-2,3}$. Найти $\mathsf{P}(2\eta < \xi)$.

6. Пусть $\langle \Omega, \mathcal{F}, \mathsf{P} \rangle = \langle [0, 1], \mathfrak{B}([0, 1]), \lambda \rangle$, где λ — мера Лебега. Построить две независимые случайные величины ξ, η, имеющие одно и то же распределение Бернулли с параметром 1/2.

7*. Пусть ξ имеет стандартное нормальное распределение. Положим $\eta = 0$ при $\xi \leqslant 0$ и $\eta = 1$ при $\xi > 0$. Доказать, что случайные величины $|\xi|$ и η независимы.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

1. Случайная величина ξ принимает значения -2 и 2 с вероятностями по $1/8$, а остальные значения -1, 0, 1 — с равными вероятностями. Случайная величина η не зависит от ξ и имеет такое же распределение.

Нарисовать график функции распределения случайной величины η^2. Проверить по определению, зависимы ли случайные величины $\xi-\eta$ и $\xi+\eta$ и найти их коэффициент корреляции.

2. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t)=\begin{cases} c\cdot(t^2-4) & \text{при } 2<t<3,\\ 0 & \text{при } t\notin(2;\ 3).\end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти $\mathsf{E}\dfrac{\xi}{\xi^2-4}$ и функцию распределения ξ.

3. Пусть ξ_1, ξ_2 и η — независимые случайные величины, каждая из величин ξ_1 и ξ_2 принимает значения 0 и 3 с вероятностями по $1/2$, величина η имеет равномерное распределение на отрезке $[0,\,10]$. Найти $\mathsf{P}(\xi_1+\xi_2<\eta)$.

4. Пусть $\xi_1,\ldots,\xi_7$ — независимые случайные величины с показательным распределением с параметром α. Найти математическое ожидание случайной величины $7\min(\xi_1,\ldots,\xi_7)$.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{3,3}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-2,4}$. Найти $\mathsf{P}(2\xi<\eta)$.

6. Случайная величина ξ имеет вырожденное распределение в точке 7. Доказать, что она независима с любой случайной величиной η.

7*. Привести пример положительных и одинаково распределённых случайных величин ξ_1 и ξ_2 таких, что

$$\mathsf{E}\Big(\frac{\xi_1}{\xi_1+\xi_2}\Big)\neq\mathsf{E}\Big(\frac{\xi_2}{\xi_1+\xi_2}\Big).$$

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. В первой урне 3 белых и 2 чёрных шара, во второй — 1 белый и 2 чёрных шара. Вынимают по два шара из каждой урны. Построить график функции распределения числа вынутых чёрных шаров. Найти коэффициент корреляции числа вынутых чёрных шаров из обеих урн и из второй урны.

2. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, причём ξ имеет распределение Пуассона с параметром 4, а η имеет биномиальное распределение с параметрами 3 и $1/3$. Найти вероятность $\mathsf{P}(\xi=2\eta)$.

3. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t)=\begin{cases} c\cdot t & \text{при } 1<t<3,\\ 0 & \text{при } t\notin(1;\ 3).\end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти функцию распределения ξ и найти $\mathsf{P}(\xi>\mathsf{E}\xi)$.

4. Пусть $\xi_1,\ldots,\xi_8$, — независимые случайные величины с распределением Парето с плотностью $f(x)=\dfrac{4}{x^5}$ при $x\geqslant 1$. Сравнить распределения случайных величин $\min(\xi_1,\ldots,\xi_8)$ и $\sqrt[8]{\xi_1}$.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-1,3}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{2,4}$. Найти $\mathsf{P}(\eta>2\xi+1)$.

6. Привести пример двух зависимых величин, для которых дисперсия суммы равна сумме их дисперсий.

7*. Один игрок бросил игральный кубик 113 раз, а другой игрок — 114. Какова вероятность того, что чётные числа у второго выпали большее число раз, чем у первого?

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

1. Пусть случайная величина ξ имеет показательное распределение с параметром $\alpha = 7$. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = 7\xi + 3$.

2. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{1,13}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-2,4}$. Найти $\mathsf{P}(\xi < 3\eta + 1)$.

3. Известны распределения независимых случайных величин ξ и η:

k	-1	0	1	3
$\mathsf{P}(\xi = k)$	$0,2$	$0,5$	$0,1$	$0,2$

,

k	-2	1
$\mathsf{P}(\eta = k)$	$0,2$	$0,8$

Построить график функции распределения случайной величины $\varphi = \xi + \eta$ и найти $\rho(\varphi, \eta)$.

4. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t & \text{при } 1 < t < 2, \\ 0 & \text{при } t \notin (1;\ 2). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c и найти $\mathsf{P}(\xi \leqslant \mathsf{E}\xi)$.

5. Пусть независимые случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_3$ имеют одну и ту же плотность распределения $f(t) = 4/t^5$ при $t \geqslant 1$. Найти наибольшее целое k, при котором существует k-й момент случайной величины $\nu = \min\{\xi_1, \ldots, \xi_3\}$.

6. Случайная величина ξ имеет распределение Пуассона с параметром λ. Проверить по определению, являются ли случайные величины ξ и ξ^2 независимыми.

7*. Пусть случайные величины ξ_1 и ξ_2 положительны и одинаково распределены. Привести пример, показывающий, что не обязательно $\mathsf{E}\left(\dfrac{\xi_1}{\xi_2}\right) = \mathsf{E}\left(\dfrac{\xi_2}{\xi_1}\right)$, даже если эти математические ожидания существуют.

<table>
<tr><td colspan="7">Ф.И.О.</td><td colspan="2">Номер группы</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>балл</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

---

1. Пусть случайная величина ξ имеет равномерное на отрезке $[0;\ 1]$ распределение. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = |\xi - 0{,}5|$.

2. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-1,7}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{2,2}$. Найти $\mathsf{P}(3\eta > \xi - 1)$.

3. Каждый день студент ждёт автобус, чтобы ехать на занятия. Времена ожидания независимы и имеют (в минутах) одно и то же показательное распределение с параметром $\alpha = 1/10$. Если время ожидания превышает 10 минут, студент возвращается домой. Найти математическое ожидание и дисперсию числа дней (из 5 учебных дней недели), когда студент не посетил вуз.

4. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t^3 & \text{при } 0 < t < 2, \\ 0 & \text{при } t \notin (0;\ 2). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти функцию распределения ξ и вычислить $\mathsf{P}(\xi > \mathsf{E}\xi)$.

5. Пусть независимые случайные величины ξ_1 и ξ_2 имеют одно и то же распределение Бернулли с параметром $p = 1/3$. Найти коэффициент корреляции случайных величин $\max(\xi_1, \xi_2)$ и $\min(\xi_1, \xi_2)$.

6. Случайная величина ξ имеет показательное распределение с параметром $\alpha = 2$. Проверить по определению, являются ли случайные величины ξ и $-\xi$ независимыми.

7*. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые случайные величины, причем ξ_k принимает значения 0, 1, …, 9 с вероятностью 1/10 каждое. Найти функцию распределения суммы ряда $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \dfrac{\xi_k}{10^k}$.

<table>
<tr><td colspan="7">Ф.И.О.</td><td colspan="2">Номер группы</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>балл</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

1. Пусть случайная величина ξ имеет показательное распределение с параметром $\alpha = 6$. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = 2\xi + 5$.

2. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-1,7}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{3,2}$. Найти $\mathsf{P}(\xi + 2 < 3\eta)$.

3. Длина каждой заготовки имеет равномерное распределение на интервале от 80 до 120 мм. Заготовка годится в обработку, если её длина лежит в диапазоне 100 ± 10 мм. Каким должно быть число заготовок в партии, чтобы среди них в среднем было 20 годных? Найти дисперсию числа годных заготовок из этой партии.

4. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t & \text{при } 1 < t < 3, \\ 0 & \text{при } t \notin (1;\ 3). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти функцию распределения ξ и вычислить $\mathsf{D}\xi$.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, причём ξ имеет распределение Пуассона с параметром 4, а η имеет биномиальное распределение с параметрами 2 и 1/2. Найти вероятность $\mathsf{P}(\xi = \eta)$. Нарисовать график функции распределения величины 2η.

6. Случайная величина ξ имеет вырожденное распределение в точке 3. Случайная величина η имеет равномерное распределение на отрезке $[2,\,5]$. Проверить по определению, являются ли эти случайные величины независимыми.

7*. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_6$ — независимые случайные величины с нормальным распределением $\mathbf{N}_{1,1}$. Случайная величина η равна числу очков, выпавших на игральной кости, и не зависит от всех ξ_i. Найти математическое ожидание и дисперсию суммы $\xi_1 + \cdots + \xi_\eta$.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. Пусть независимые случайные величины ξ_1 и ξ_2 имеют распределение с плотностью $f(x) = 3/x^4$ при $x \geqslant 1$. Сравнить распределения случайных величин $\min(\xi_1, \xi_2)$ и $\sqrt{\xi_1}$.

2. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{0,12}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{2,4}$. Найти $\mathsf{P}(\xi < \eta)$.

3. Стрелок, попадающий по мишени с вероятностью 1/2, делает пять выстрелов. Считая попадания при разных выстрелах независимыми, найти коэффициент корреляции числа попаданий при 3-м, 4-м и 5-м выстрелах и числа попаданий при первых трёх выстрелах.

4. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t^2 & \text{при } 2 < t < 3, \\ 0 & \text{при } t \notin (2;\ 3). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти функцию распределения ξ и найти $\mathsf{P}(\xi > \mathsf{E}\xi)$.

5. Случайная величина ξ принимает значения $k = 1, 2, \ldots, 5$ с вероятностями $\mathsf{P}(\xi = k) = c \cdot k$. Найти постоянную c и построить график функции распределения случайной величины $\eta = 2\xi$.

6. Случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[-2,\,2]$. Проверить по определению, являются ли случайные величины $\xi + 5$ и ξ независимыми.

7*. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие геометрическое распределение с разными параметрами 2/3 и 1/2. Доказать, что случайная величина $\nu = \min(\xi, \eta)$ также имеет геометрическое распределение. Найти параметр этого распределения.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

1. Пусть случайная величина ξ имеет равномерное на отрезке $[0;\ 2]$ распределение. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = (\xi+1)^2$.

2. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{1,5}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{2,4}$. Найти плотность распределения случайной величины $\nu = 2\eta - \xi - 5$.

3. Ошибка каждого измерения имеет распределение с плотностью $f(x) = \dfrac{\pi}{2}\cos(\pi x)$ на отрезке $\left[-\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right]$. Ошибки независимы. Ошибка, большая $1/3$ (по абсолютному значению), считается ужасной ошибкой. Найти математическое ожидание и дисперсию числа ужасных ошибок в серии из 25 независимых измерений.

4. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c\cdot t & \text{при } 2 < t < 4, \\ 0 & \text{при } t \notin (2;\ 4). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти функцию распределения ξ и найти $\mathsf{P}(\xi > \mathsf{E}\xi)$.

5. Пусть независимые случайные величины ξ и η имеют одно и то же распределение Пуассона с параметром 3. Найти коэффициент корреляции случайных величин $\xi - 2\eta$ и $2\xi + \eta$ и проверить, являются ли они независимыми.

6. Пусть ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[-3, 3]$. Выяснить, существует ли $\mathsf{E}\left(\dfrac{\cos\xi}{\xi^5}\right)$.

7*. Доказать, что если $\mathsf{E}\xi^2 = \mathsf{E}\xi^3 = \mathsf{E}\xi^4$, то ξ имеет распределение Бернулли.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. Пусть случайная величина ξ имеет показательное распределение с параметром $\alpha = 7$. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = 4 - 2\xi$.

2. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{1,4}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-2,3}$. Найти $\mathsf{P}(2\eta < \xi + 3)$.

3. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, причём ξ имеет распределение Пуассона с параметром 4, а η имеет биномиальное распределение с параметрами 3 и $1/2$. Найти коэффициент корреляции случайных величин $\xi - 2\eta$ и $\xi + 2\eta$. Найти вероятность $\mathsf{P}(\xi = \eta)$.

4. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c\cdot t^2 & \text{при } 2 < t < 3, \\ 0 & \text{при } t \notin (2;\ 3). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти функцию распределения ξ и найти $\mathsf{P}(\xi > \mathsf{E}\xi)$.

5. Пусть независимые случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_{12}$ имеют одно и то же показательное распределение с параметром 2. Сравнить распределения случайных величин $\min\{\xi_1, \ldots, \xi_{12}\}$ и $\dfrac{\xi_1}{12}$.

6. Случайная величина ξ имеет вырожденное распределение в точке 2. Доказать, что ξ и любая случайная величина η независимы.

7*. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые случайные величины, имеющие распределение Бернулли с параметром p. Найти математическое ожидание и дисперсию величины $\zeta = \min(\xi_1, \ldots, \xi_n) + \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	