1. В каждой из четырёх урн находятся по одному синему, зелёному и жёлтому шарику. Из каждой урны берут наудачу по одному шарику. Построить график функции распределения количества жёлтых шариков среди вынутых. Найти коэффициент корреляции количества жёлтых и количества зелёных шариков среди вынутых.

2. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$f(t) = \begin{cases} c \cdot (t-1) & \text{при } 1 < t < 4, \\ 0 & \text{при } t \notin (1;\ 4). \end{cases}$ Вычислить постоянную c, найти $\mathsf{E}\dfrac{1}{\xi}$ и $\mathsf{P}(|\xi - 2| < 0{,}5)$.

3. Пусть ξ_1, ξ_2 и η — независимые случайные величины, ξ_1 имеет распределение Пуассона с параметром 2, ξ_2 — распределение Пуассона с параметром 1, η — равномерное распределение на отрезке $[0,\,3]$. Найти $\mathsf{P}(\xi_1 + \xi_2 < \eta)$.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_n,$ — независимые случайные величины с показательным распределением с параметром α. Найти математическое ожидание случайной величины $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{1,3}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-4,\,9}$. Найти плотность распределения случайной величины $\nu = 3\xi - 2\eta + 5$.

6. Случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[-1,\,3]$. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = |\xi|$.

7*. Случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots,$ независимы в совокупности и одинаково распределены, $\mathsf{P}(\xi_1 = 1) = \mathsf{P}(\xi_1 = -1) = 1/2$. Пусть $\zeta_n = \prod\limits_{i=1}^{n} \xi_i$. Доказать, что последовательность ζ_n состоит из независимых в совокупности случайных величин.

<table>
<tr><td colspan="7">Ф.И.О.</td><td colspan="2">Номер группы</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>балл</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

---

1. В партии из 6 деталей содержится две бракованных. Контролёр проверяет детали последовательно по одной до обнаружения бракованной. Построить график функции распределения числа вынутых годных деталей. Найти коэффициент корреляции числа вынутых годных деталей и случайной величины, равной единице, если первая проверенная деталь годная, и нулю в противном случае.

2. Пусть ξ_1, ξ_2 и η — независимые случайные величины, ξ_1 и ξ_2 имеют распределение Бернулли с параметром $1/2$, η — равномерное распределение на отрезке $[0,\,3]$. Найти $\mathsf{P}(\xi_1 + \xi_2 + \eta > 2)$.

3. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$f(t) = \begin{cases} c \cdot (t-1)^2 & \text{при } 1 < t < 3, \\ 0 & \text{при } t \notin (1;\ 3). \end{cases}$ Вычислить постоянную c, найти $\mathsf{E}\dfrac{1}{(\xi - 1)^2}$ и $\mathsf{P}(|\xi - 2| < 0{,}5)$.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_n$ — независимые случайные величины с равномерным распределением на отрезке $[1,\,2]$. Найти математическое ожидание случайной величины $\max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-1,4}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{2,\,2}$. Найти плотность распределения случайной величины $\nu = 3\eta - 2\xi - 3$.

6. Случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[-3,\,1]$. Найти функцию распределения случайной величины $\eta = \xi^2$.

7*. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые случайные величины, причем ξ_k принимает значения $0,\,1,\,\ldots,\,9$ с вероятностью $1/10$ каждое. Найти функцию распределения суммы ряда $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \dfrac{\xi_k}{10^k}$.

<table>
<tr><td colspan="7">Ф.И.О.</td><td colspan="2">Номер группы</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>балл</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

1. В урне 2 белых и 2 чёрных шара. Шары вынимают из урны по одному без возвращения до тех пор, пока не будет вынут белый шар. После этого эксперимент прекращают. Построить график функции распределения числа осташихся в урне шаров. Найти коэффициент корреляции числа оставшихся в урне шаров и случайной величины, равной единице, если первый вынутый шар белый, и нулю в противном случае.

2. Пусть ξ_1, ξ_2 и η — независимые случайные величины, каждая из величин ξ_1 и ξ_2 принимает значения 0, 1 и 2 с вероятностями по 1/3, величина η имеет равномерное распределение на отрезке $[1, 5]$. Найти $\mathsf{P}(\xi_1 + \xi_2 < \eta)$.

3. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t & \text{при } 1 < t < 3, \\ 0 & \text{при } t \notin (1;\ 3). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти $\mathsf{E}\xi^2$ и $\mathsf{P}(|\xi - 2| < 0{,}5)$.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_n$, — независимые случайные величины с распределением Парето с плотностью $f(x) = \dfrac{2}{x^3}$ при $x \geqslant 1$. Найти распределение случайной величины $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-1,\,1}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{3,\,8}$. Найти плотность распределения случайной величины $\nu = \xi - 3\eta + 2$.

6. Случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[-2, 4]$. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = |\xi|$.

7*. Пусть ξ и η — случайные величины. Доказать, что если существуют $\mathsf{E}\xi$ и $\mathsf{E}\eta$, то существует $\mathsf{E}\max\{\xi, \eta\}$. Привести пример, показывающий, что обратное неверно.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. В каждой из трёх урн находятся по два синих, по одному зелёному и жёлтому шарику. Из каждой урны берут наудачу по одному шарику. Построить график функции распределения количества синих шариков среди вынутых. Найти коэффициент корреляции количества синих и количества зелёных шариков среди вынутых.

2. Пусть ξ_1, ξ_2 и η — независимые случайные величины, ξ_1 и ξ_2 имеют распределение Пуассона с параметром 2, η — равномерное распределение на отрезке $[1, 5]$. Найти $\mathsf{P}(\xi_1 + \xi_2 < \eta)$.

3. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t^2 & \text{при } 1 < t < 4, \\ 0 & \text{при } t \notin (1;\ 4). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти $\mathsf{E}\dfrac{1}{\xi^2}$ и $\mathsf{P}(|\xi - 3| < 0{,}5)$.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_n$ — независимые случайные величины с равномерным распределением на отрезке $[2, 4]$. Найти математическое ожидание случайной величины $\max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{0,\,9}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{2,\,3}$. Найти плотность распределения случайной величины $\nu = \eta - 3\xi - 5$.

6. Случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[-4, 2]$. Найти функцию распределения случайной величины $\eta = \xi^2$.

7*. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие геометрическое распределение с разными параметрами p_1 и p_2. Доказать, что случайная величина $\nu = \min(\xi, \eta)$ также имеет геометрическое распределение. Найти параметр этого распределения.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

1. В первой урне 2 белых и 3 чёрных шара, во второй — 3 белых и 1 чёрный шар. Вынимают по два шара из каждой урны. Построить график функции распределения числа вынутых белых шаров. Найти коэффициент корреляции числа вынутых белых шаров из двух урн и числа вынутых чёрных шаров из второй урны.

2. Пусть ξ_1, ξ_2 и η — независимые случайные величины, ξ_1 и ξ_2 имеют биномиальное распределение с параметрами 2 и 1/3, η — равномерное распределение на отрезке [1, 5]. Найти $\mathsf{P}(\xi_1 + \xi_2 > \eta)$.

3. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t & \text{при } 1 < t < 4, \\ 0 & \text{при } t \notin (1;\ 4). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти $\mathsf{E}\dfrac{e^{\xi}}{\xi}$ и $\mathsf{P}(|\xi - 2| < 0{,}5)$.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_n$ — независимые случайные величины с равномерным распределением на отрезке [2, 4]. Найти математическое ожидание случайной величины $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{1,5}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{2,4}$. Найти плотность распределения случайной величины $\nu = \eta - 2\xi - 3$.

6. Случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке [−5, 1]. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = |\xi|$.

7*. Один игрок бросил игральный кубик 113 раз, а другой игрок — 114. Какова вероятность того, что чётные числа у второго выпали большее число раз, чем у первого?

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. В урне 4 белых и 3 чёрных шара. Шары вынимают из урны по одному без возвращения до тех пор, пока не будет вынут белый шар. После этого эксперимент прекращают. Построить график функции распределения числа вынутых из урны чёрных шаров. Найти коэффициент корреляции числа вынутых из урны чёрных шаров и случайной величины, равной единице, если первый вынутый из урны шар оказался белым, и нулю в противном случае.

2. Пусть ξ_1, ξ_2 и η — независимые случайные величины, ξ_1 и ξ_2 имеют одно и то же биномиальное распределение с параметрами 2 и 1/5, η — равномерное распределение на отрезке [2, 5]. Найти $\mathsf{P}(\xi_1 + \xi_2 < \eta)$.

3. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t^2 & \text{при } 1 < t < 4, \\ 0 & \text{при } t \notin (1;\ 4). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c, найти $\mathsf{E}\dfrac{1}{\xi^4}$ и $\mathsf{P}(|\xi - 2{,}5| < 1)$.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_n$ — независимые случайные величины с плотностью распределения $f(x) = -\dfrac{2}{x^3}$ при $x \leqslant -1$. Найти математическое ожидание случайной величины $\max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{1,4}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-2,3}$. Найти плотность распределения случайной величины $\nu = 2\eta - 3\xi + 1$.

6. Случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке [−1, 4]. Найти функцию распределения случайной величины $\eta = \xi^2$.

7*. Пусть ξ имеет стандартное нормальное распределение. Положим $\eta = 0$ при $\xi \leqslant 0$ и $\eta = 1$ при $\xi > 0$. Доказать, что случайные величины $|\xi|$ и η независимы.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

1. Имеется 5 одинаковых с виду ключей, два из которых подходят к замку. Ключи пробуют по одному до тех пор, пока не откроют замок. Ключи, не подошедшие к замку, откладывают в сторону. Построить график функции распределения числа испробованных ключей. Найти коэффициент корреляции числа испробованных ключей и случайной величины, равной единице, если первый ключ не подошёл, и нулю в противном случае.

2. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t & \text{при } 1 < t < 3, \\ 0 & \text{при } t \notin (1;\ 3). \end{cases}$$ Вычислить постоянную c, найти $\mathsf{E}\dfrac{1}{\xi^2}$ и $\mathsf{P}(|\xi - 2| < 0{,}5)$.

3. Пусть ξ_1, ξ_2 и η — независимые случайные величины, каждая из величин ξ_1 и ξ_2 принимает значения 0 и 2 с вероятностями по 1/2, величина η имеет равномерное распределение на отрезке [1, 5]. Найти $\mathsf{P}(\xi_1 + \xi_2 < \eta)$.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_n$ — независимые случайные величины с показательным распределением с параметром α. Найти математическое ожидание случайной величины $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{1,3}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-2,9}$. Найти плотность распределения случайной величины $\nu = 2\xi - 5\eta + 1$.

6. Случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[-3, 2]$. Найти функцию распределения случайной величины $\eta = \xi^2$.

7*. Пусть случайные величины ξ_1 и ξ_2 положительны и одинаково распределены. Привести пример, показывающий, что не обязательно $\mathsf{E}\left(\dfrac{\xi_1}{\xi_2}\right) = \mathsf{E}\left(\dfrac{\xi_2}{\xi_1}\right)$, даже если эти математические ожидания существуют.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. В первой урне 3 белых и 2 чёрных шара, во второй — 1 белый и 2 чёрных шара. Вынимают по два шара из каждой урны. Построить график функции распределения числа вынутых чёрных шаров. Найти коэффициент корреляции числа вынутых чёрных шаров из обеих урн и из второй урны.

2. Пусть ξ_1, ξ_2 и η — независимые случайные величины, ξ_1 имеет биномиальное распределение с параметрами 2 и 1/2, ξ_2 — распределение Бернулли с параметром 1/2, η имеет равномерное распределение на отрезке [1, 4]. Найти $\mathsf{P}(\xi_1 + \xi_2 > \eta)$.

3. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t^2 & \text{при } 1 < t < 3, \\ 0 & \text{при } t \notin (1;\ 3). \end{cases}$$ Вычислить постоянную c, найти $\mathsf{E}\dfrac{1}{\xi}$ и $\mathsf{P}(|\xi - 2| < 0{,}5)$.

4. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_n$, — независимые случайные величины с распределением Парето с плотностью $f(x) = \dfrac{3}{x^4}$ при $x \geqslant 1$. Найти распределение случайной величины $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.

5. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-1,4}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{2,2}$. Найти плотность распределения случайной величины $\nu = 3\eta - 2\xi + 1$.

6. Случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[-3, 4]$. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = |\xi|$.

7*. Один игрок бросил игральный кубик 113 раз, а другой игрок — 114. Какова вероятность того, что чётные числа у второго выпали большее число раз, чем у первого?

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

1. Пусть случайная величина ξ имеет показательное распределение с параметром $\alpha = 2$. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = 2\xi - 3$.

2. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{1,3}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-2,9}$. Найти плотность распределения случайной величины $\nu = \xi - 3\eta + 1$.

3. Известны распределения независимых случайных величин ξ и η:

k	-1	0	1	3
$\mathsf{P}(\xi = k)$	$0,2$	$0,5$	$0,1$	$0,2$

,

k	-2	1
$\mathsf{P}(\eta = k)$	$0,8$	$0,2$

Найти распределение случайной величины $\varphi = \xi - \eta$ и коэффициент корреляции $\rho(\varphi, \eta)$.

4. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t & \text{при } 1 < t < 2, \\ 0 & \text{при } t \notin (1;\ 2). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c и найти $\mathsf{P}(|\xi - \mathsf{E}\xi| > 1/3)$.

5. Пусть независимые случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$ имеют одну и ту же плотность распределения $f(t) = 4/t^5$ при $t \geqslant 1$. Найти функцию распределения случайной величины $\nu = \min\{\xi_1, \ldots, \xi_n\}$.

6. Случайная величина ξ имеет распределение Пуассона с параметром λ. Проверить по определению, являются ли случайные величины ξ и ξ^2 независимыми.

7*. Пусть случайные величины ξ_1 и ξ_2 положительны и одинаково распределены. Привести пример, показывающий, что не обязательно $\mathsf{E}\left(\dfrac{\xi_1}{\xi_2}\right) = \mathsf{E}\left(\dfrac{\xi_2}{\xi_1}\right)$, даже если эти математические ожидания существуют.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. Пусть случайная величина ξ имеет равномерное на отрезке $[0;\ 1]$ распределение. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = \xi^2 + 1$.

2. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-1,4}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{2,2}$. Найти плотность распределения случайной величины $\nu = 3\eta - \xi - 1$.

3. Каждый день студент ждёт автобус, чтобы ехать на занятия. Времена ожидания независимы и имеют (в минутах) одно и то же показательное распределение с параметром $\alpha = 1/10$. Если время ожидания превышает 20 минут, студент возвращается домой. Найти математическое ожидание и дисперсию числа дней (из 25 учебных дней месяца), когда студент не посетил вуз.

4. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t^2 & \text{при } 0 < t < 2, \\ 0 & \text{при } t \notin (0;\ 2). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c и найти $\mathsf{P}(|\xi - \mathsf{E}\xi| > 1/4)$.

5. Пусть независимые случайные величины ξ_1 и ξ_2 имеют одно и то же распределение Бернулли с параметром $p = 1/3$. Найти коэффициент корреляции случайных величин $\max(\xi_1, \xi_2)$ и $\min(\xi_1, \xi_2)$.

6. Случайная величина ξ имеет показательное распределение с параметром $\alpha = 2$. Проверить по определению, являются ли случайные величины ξ и $-\xi$ независимыми.

7*. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые случайные величины, причем ξ_k принимает значения 0, 1, …, 9 с вероятностью 1/10 каждое. Найти функцию распределения суммы ряда $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \dfrac{\xi_k}{10^k}$.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

1. Пусть случайная величина ξ имеет показательное распределение с параметром $\alpha = 4$. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = 2\xi - 5$.

2. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-1,1}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{3,8}$. Найти плотность распределения случайной величины $\nu = 2\xi - 5\eta + 1$.

3. Длина каждой заготовки имеет равномерное распределение на интервале от 80 до 120 мм. Заготовка годится в обработку, если её длина лежит в диапазоне 100 ± 15 мм. Каким должно быть число заготовок в партии, чтобы среди них в среднем было 30 годных? Найти дисперсию числа годных заготовок из этой партии.

4. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t & \text{при } 1 < t < 3, \\ 0 & \text{при } t \notin (1;\ 3). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c и найти $\mathsf{P}(|\xi - \mathsf{E}\xi| > 1/6)$.

5. Пусть независимые случайные величины ξ_1, ξ_2 имеют одно и то же показательное распределение с параметром $\alpha = 2$. Найти дисперсию случайной величины $\nu = \min\{\xi_1,\, \xi_2\}$.

6. Случайная величина ξ имеет вырожденное распределение в точке 3. Случайная величина η имеет равномерное распределение на отрезке $[2,\, 5]$. Проверить по определению, являются ли эти случайные величины независимыми.

7*. Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_6$ — независимые случайные величины с нормальным распределением $\mathbf{N}_{1,1}$. Случайная величина η равна числу очков, выпавших на игральной кости, и не зависит от всех ξ_i. Найти математическое ожидание и дисперсию суммы $\xi_1 + \cdots + \xi_\eta$.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. Пусть случайная величина ξ имеет распределение Парето с плотностью $f(x) = 1/x^2$ при $x \geqslant 1$ Найти плотность распределения случайной величины $\eta = 3\xi - 1$.

2. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{0,9}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{2,3}$. Найти плотность распределения случайной величины $\nu = \eta - 2\xi - 3$.

3. Стрелок, попадающий по мишени с вероятностью $1/3$, делает пять выстрелов. Считая попадания при разных выстрелах независимыми, найти ковариацию общего числа попаданий и числа попаданий при первых трёх выстрелах.

4. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t^2 & \text{при } 0 < t < 3, \\ 0 & \text{при } t \notin (0;\ 3). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c и найти $\mathsf{P}(|\xi - \mathsf{E}\xi| > 1/2)$.

5. Пусть независимые случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$ имеют одну и ту же плотность распределения $f(t) = e^t$ при $t < 0$. Найти функцию распределения случайной величины $\nu = \max\{\xi_1, \ldots, \xi_n\}$.

6. Случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[2,\, 5]$. Проверить по определению, являются ли случайные величины $\xi - 5$ и ξ независимыми.

7*. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие геометрическое распределение с разными параметрами p_1 и p_2. Доказать, что случайная величина $\nu = \min(\xi, \eta)$ также имеет геометрическое распределение. Найти параметр этого распределения.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

1. Пусть случайная величина ξ имеет равномерное на отрезке $[0;\ 2]$ распределение. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = (\xi + 1)^2$.

2. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{1,5}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{2,4}$. Найти плотность распределения случайной величины $\nu = 2\eta - \xi - 5$.

3. Ошибка каждого измерения имеет распределение с плотностью $f(x) = \frac{\pi}{2}\cos(\pi x)$ на отрезке $\left[-\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right]$. Ошибки независимы. Ошибка, большая $1/3$ (по абсолютному значению), считается ужасной ошибкой. Найти математическое ожидание и дисперсию числа ужасных ошибок в серии из 15 независимых измерений.

4. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t & \text{при } 2 < t < 4, \\ 0 & \text{при } t \notin (2;\ 4). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c и найти $\mathsf{P}(|\xi - \mathsf{E}\xi| > 1/3)$.

5. Пусть независимые случайные величины ξ и η имеют одно и то же распределение Пуассона с параметром 3. Найти коэффициент корреляции случайных величин $\xi - \eta$ и $\xi + \eta$.

6. Случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[1, 2]$, а случайная величина η имеет вырожденное распределение в точке 0. Проверить по определению, являются ли случайные величины ξ и η независимыми.

7*. Доказать, что если $\mathsf{E}\xi^2 = \mathsf{E}\xi^3 = \mathsf{E}\xi^4$, то ξ имеет распределение Бернулли.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. Пусть случайная величина ξ имеет показательное распределение с параметром $\alpha = 7$. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = 2\xi - 4$.

2. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, ξ имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{1,4}$, η имеет нормальное распределение $\mathbf{N}_{-2,3}$. Найти плотность распределения случайной величины $\nu = 2\eta - \xi + 3$.

3. Стрелок, попадающий по мишени с вероятностью $1/3$, делает восемь выстрелов. Считая попадания при разных выстрелах независимыми, найти ковариацию общего числа промахов и числа промахов при последних пяти выстрелах.

4. Пусть случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение с плотностью

$$f(t) = \begin{cases} c \cdot t^2 & \text{при } 2 < t < 4, \\ 0 & \text{при } t \notin (2;\ 4). \end{cases}$$

Вычислить постоянную c и найти $\mathsf{P}(|\xi - \mathsf{E}\xi| > 1/8)$.

5. Пусть независимые случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$ имеют одну и ту же плотность распределения $f(t) = 5/t^6$ при $t \geqslant 1$. Найти функцию распределения случайной величины $\nu = \min\{\xi_1, \ldots, \xi_n\}$.

6. Случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[-2, 2]$. Проверить по определению, являются ли случайные величины $\xi + 5$ и ξ независимыми.

7*. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые случайные величины, имеющие распределение Бернулли с параметром p. Найти математическое ожидание и дисперсию величины $\zeta = \min(\xi_1, \ldots, \xi_n) + \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

1. Пусть случайная величина ξ имеет функцию распределения $F_\xi(x)$, и пусть $\mathsf{E}\xi = 3$, $\mathsf{D}\xi = 2$. Найти $\mathsf{E}\eta$ и $\mathsf{D}\eta$, если случайная величина η имеет функцию распределения $F_\xi(2x+7)$.

2. Пусть случайные величины ξ и η независимы. Доказать, что случайные величины $2\xi+1$ и η^2 также независимы.

3. Пусть случайная величина ξ имеет плотность распределения

$$f_\xi(t) = \begin{cases} ct^3 & \text{при } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{при } t \notin [1,\, 2]. \end{cases}$$

Найти c и $\mathsf{P}(|\xi - \mathsf{E}\xi| > \sqrt{\mathsf{D}\xi})$.

4. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие биномиальное распределение с параметрами 2 и 1/2. Найти распределение случайной величины $\min(\xi,\eta)$. Нарисовать график её функции распределения.

5. В условиях задачи 4 найти ковариацию случайных величин $\min(\xi,\eta)$ и ξ.

6. Пусть ξ_1 и ξ_2 — независимые случайные величины, имеющие нормальное распределение с параметрами $a = 3$, $\sigma^2 = 4$. Одинаковы ли распределения случайных величин $5\xi_1 - \xi_2 + 3$ и $4\xi_1 + 3$? Найти плотности распределения этих случайных величин.

7*. Пусть случайная величина ξ имеет стандартное нормальное распределение. Положим $\eta = \xi$ при $|\xi| \leqslant 2$ и $\eta = -\xi$ при $|\xi| > 2$. Найти распределение случайной величины η.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. Пусть независимые случайные величины ξ и η имеют одно и то же распределение Бернулли с параметром $p = 1/2$. Нарисовать график функции распределения случайной величины $\xi - 2\eta$. Найти $\mathsf{D}(\xi - 2\eta)$.

2. Пусть случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[0,\ 1]$. Проверить по определению, будут ли случайные величины ξ и $\xi + 5$ независимыми.

3. Пусть случайная величина ξ имеет плотность распределения

$$f_\xi(t) = \begin{cases} c\cdot(t-1) & \text{при } 1 \leqslant t \leqslant 3, \\ 0 & \text{при } t \notin [1,\, 3]. \end{cases}$$

Найти c и $\mathsf{P}(|\xi - \mathsf{E}\xi| \leqslant \sqrt{\mathsf{D}\xi})$.

4. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, причём ξ имеет показательное распределение с параметром 3, а η имеет равномерное распределение на отрезке $[1,\ 2]$. Найти функцию распределения случайной величины $\max(\xi,\ \eta - 1)$.

5. Пусть ξ_1 и ξ_2 — независимые случайные величины, имеющие нормальное распределение с параметрами $a = 1$, $\sigma^2 = 9$. Одинаковы ли распределения случайных величин $4\xi_2 - 2\xi_1 - 1$ и $2\xi_2 - 1$? Найти плотности распределения этих случайных величин.

6. Случайная величина ξ имеет распределение Пуассона с параметром $\lambda = 1$. Найти $\mathsf{E}2^\xi$.

7*. Пусть случайные величины ξ_1 и ξ_2 положительны и одинаково распределены. Привести пример, показывающий, что не обязательно математические ожидания величин $\dfrac{\xi_1}{\xi_1+\xi_2}$ и $\dfrac{\xi_2}{\xi_1+\xi_2}$ совпадают.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

1. По заданной функции распределения найти вероятности $\mathsf{P}(-2 < \xi < 1)$, $\mathsf{P}(-2 \leqslant \xi < 3)$, $\mathsf{P}(0 < \xi \leqslant 1)$, $\mathsf{P}(\xi \leqslant 3)$:

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant -2, \\ 0{,}2, & -2 < x \leqslant 0, \\ 0{,}2 + 0{,}2x, & 0 < x \leqslant 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

2. Пусть ξ_1, ξ_2, ξ_3 — независимые в совокупности случайные величины, имеющие равномерное распределение на отрезке $[0,\ 1]$. Проверить, будут ли случайные величины $\min(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ и $\max(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ независимыми.

3. Найти c и $\mathsf{P}(\xi > \mathsf{E}\xi + \sqrt{\mathsf{D}\xi})$, если случайная величина ξ имеет плотность распределения

$$f_\xi(t) = \begin{cases} c \cdot t^2 & \text{при } 0 \leqslant t \leqslant 3, \\ 0 & \text{при } t \notin [0,\ 3]. \end{cases}$$

4. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, причём ξ имеет биномиальное распределение с параметрами 8 и 1/2, а η имеет распределение Пуассона с параметром 2. Найти коэффициент корреляции случайных величин $2\xi - \eta$ и ξ.

5. Пусть ξ_1 и ξ_2 — независимые случайные величины, имеющие нормальное распределение с параметрами $a = 2$, $\sigma^2 = 16$. Одинаковы ли распределения случайных величин $6\xi_1 - \xi_2 + 2$ и $5\xi_1 + 2$? Найти плотности распределения этих случайных величин.

6. Найти распределение случайной величины $-\xi$, если ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[1,\ 4]$.

7*. Найти $\mathsf{E}\xi$ и $\mathsf{D}\xi$, если $\ln \xi$ имеет нормальное распределение с параметрами a и σ^2.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. Пусть случайная величина ξ имеет функцию распределения $F_\xi(x)$, и пусть $\mathsf{E}\xi = 4$, $\mathsf{D}\xi = 3$. Найти $\mathsf{E}\eta$ и $\mathsf{D}\eta$, если случайная величина η имеет функцию распределения $F_\xi(3x - 5)$.

2. Пусть случайные величины ξ и η независимы. Доказать, что случайные величины $3\xi - 1$ и η^2 также независимы.

3. Найти c и $\mathsf{P}(|\xi - \mathsf{E}\xi| \leqslant 2\sqrt{\mathsf{D}\xi})$, если случайная величина ξ имеет плотность распределения

$$f_\xi(t) = \begin{cases} \dfrac{c}{t^4} & \text{при } t \geqslant 1, \\ 0 & \text{при } t < 1. \end{cases}$$

4. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие биномиальное распределение с параметрами 2 и 1/3. Построить график функции распределения случайной величины $\max(\xi,\ \eta)$.

5. Пусть ξ_1 и ξ_2 — независимые случайные величины, имеющие нормальное распределение с параметрами $a = 1$, $\sigma^2 = 4$. Одинаковы ли распределения случайных величин $5\xi_2 - 2\xi_1 - 3$ и $3\xi_2 - 3$? Найти плотности распределения этих случайных величин.

6. Найти распределение величины $3\xi - 2$, если ξ имеет показательное распределение с параметром $\alpha = 3$.

7*. Пусть случайная величина ξ имеет стандартное нормальное распределение. Положим $\eta = \xi$ при $|\xi| \leqslant 1$ и $\eta = -\xi$ при $|\xi| > 1$. Найти распределение случайной величины η.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

1. В урне находятся 3 белых и 2 чёрных шара. Шары извлекают по одному без возвращения до появления чёрного шара. Построить график функции распределения числа вынутых шаров.

2. Найти c и вероятность $\mathsf{P}\big(|\xi - \mathsf{E}\xi| < \sqrt{\mathsf{D}\xi}\big)$, если случайная величина ξ имеет плотность распределения

$$f(t) = \begin{cases} \dfrac{c}{t^6} & \text{при } t > 2, \\ 0 & \text{при } t \leqslant 2. \end{cases}$$

3. Пусть ξ, η, φ — независимые в совокупности случайные величины, имеющие одно и то же нормальное распределение с параметрами $a = -5$ и $\sigma^2 = 4$. Найти плотность распределения случайной величины $\nu = 2\xi - 5\eta - \varphi + 1$.

4. Пусть случайная величина ξ имеет показательное распределение с параметром $\alpha = 1$. Проверить по определению, являются ли независимыми случайные величины ξ и $5 - \xi$.

5. Вычислить математическое ожидание $\mathsf{E}\,(\xi + \eta)3^{(\xi+\eta)}$, где ξ и η независимы и имеют пуассоновские распределения с математическими ожиданиями $\mathsf{E}\,\xi = 2$, $\mathsf{E}\,\eta = 7$.

6. Независимые в совокупности случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$ имеют одно и то же показательное распределение с параметром α. Найти распределение величины $\eta = \min\{\xi_1, \ldots, \xi_n\}$.

7*. Пусть имеется 13 ящиков, по которым случайно разложены 16 шаров (т. е. для каждого шара равновозможно попасть в любой ящик, ящики вмещают любое число шаров). Найти среднее значение и дисперсию числа ящиков, оставшихся пустыми.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. Три стрелка делают по одному выстрелу. Результаты выстрелов независимы. Вероятность попадания в мишень для первого равна 0,6, для второго — 0,1, для третьего — 0,3. Нарисовать график функции распределения разности числа попаданий в мишень и числа промахов.

2. Пусть ξ — случайная величина, имеющая плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{c}{x^5} & \text{при } x > 1, \\ 0 & \text{при } x \leqslant 1. \end{cases}$$

Найти постоянную c и вероятность $\mathsf{P}\big(|\xi - \mathsf{E}\xi| > \sqrt{\mathsf{D}\xi}\big)$.

3. Пусть ξ, η, φ — независимые в совокупности случайные величины, имеющие одно и то же нормальное распределение с параметрами $a = 5$ и $\sigma^2 = 4$. Найти плотность распределения случайной величины $\nu = 2\xi - 5\eta - \varphi + 1$.

4. Пусть случайная величина ξ имеет показательное распределение с параметром $\alpha = 1$, а случайная величина η имеет вырожденное распределение в точке 3. Проверить по определению, являются ли эти случайные величины независимыми.

5. Вычислить математическое ожидание $\mathsf{E}\,(\xi + \eta)e^{(\xi+\eta)}$, где ξ и η независимы и имеют пуассоновские распределения с математическими ожиданиями $\mathsf{E}\,\xi = 5$, $\mathsf{E}\,\eta = 3$.

6. В условиях первой задачи найти коэффициент корреляции между числом попаданий у первых двух стрелков и у всех троих.

7*. Привести пример, когда сумма двух случайных величин с распределениями Пуассона с **разными** параметрами λ и μ имеет распределение, отличное от распределения Пуассона.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

1. Трое учеников токарей сделали по одной детали. Результаты работы независимы. Вероятность первому изготовить бракованную деталь 0,9, второму — 0,7, третьему — 0,8. Нарисовать график функции распределения разности числа годных и числа бракованных деталей.

2. Пусть ξ — случайная величина, имеющая плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} cx^3 & \text{при } 1 \leqslant x \leqslant 4, \\ 0 & \text{при } x \notin [1,\, 4]. \end{cases}$$

Найти постоянную c и вероятность $\mathsf{P}\big(\xi > \mathsf{E}\xi - \sqrt{\mathsf{D}\xi}\big)$.

3. Пусть ξ, η, φ — независимые в совокупности случайные величины, имеющие одно и то же нормальное распределение с параметрами $a = 1$ и $\sigma^2 = 9$. Найти плотность распределения случайной величины $\nu = 3\eta - \xi - 4\varphi - 2$.

4. Пусть случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[0,\, 2]$. Проверить по определению, являются ли случайные величины ξ и ξ^2 независимыми.

5. Вычислить математическое ожидание $\mathsf{E}\,(\xi + \eta)2^{(\xi+\eta)}$, где ξ и η независимы и имеют пуассоновские распределения с математическими ожиданиями $\mathsf{E}\,\xi = 5$, $\mathsf{E}\,\eta = 3$.

6. Независимые в совокупности случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$ имеют одно и то же показательное распределение с параметром α. Найти распределение величины $\eta = \min\{\xi_1, \ldots, \xi_n\}$.

7*. Пусть случайная величина ξ имеет стандартное нормальное распределение. Положим $\eta = \xi$ при $|\xi| \leqslant 2$ и $\eta = -\xi$ при $|\xi| > 2$. Найти распределение случайной величины η.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	

---

1. Восемь раз бросают правильную монету. Найти коэффициент корреляции между числом выпавших гербов при восьми бросках и при первых трёх бросках.

2. Пусть ξ — случайная величина, имеющая плотность распределения

$$f(t) = \begin{cases} c(t-1) & \text{при } 1 \leqslant x \leqslant 4, \\ 0 & \text{при } t \notin [1,\, 4]. \end{cases}$$

Найти постоянную c и вероятность $\mathsf{P}\big(\xi > \mathsf{E}\xi + \sqrt{\mathsf{D}\xi}\big)$.

3. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие одно и то же нормальное распределение с параметрами $a = -1$ и $\sigma^2 = 9$. Найти плотность распределения случайной величины $\nu = 3\eta - \xi - 2$.

4. Пусть независимые случайные величины ξ_1 и ξ_2 имеют равномерное распределение на отрезке $[0,\, 1]$. Проверить по определению, будут ли случайные величины $\min(\xi_1, \xi_2)$ и $\max(\xi_1, \xi_2)$ независимыми.

5. Вычислить математическое ожидание $\mathsf{E}\,(\xi + \eta)e^{(\xi+\eta)}$, где ξ и η независимы и имеют пуассоновские распределения с математическими ожиданиями $\mathsf{E}\,\xi = 3$, $\mathsf{E}\,\eta = 5$.

6. Найти распределение случайной величины $3\xi - 4$, если ξ имеет показательное распределение с параметром $\alpha = 3$.

7*. Случайные величины ξ_1, ξ_2, … независимы и равномерно распределены на $[0,\, 1]$. Определим случайную величину ν равной тому значению k, при котором впервые сумма $\xi_1 + \ldots + \xi_k$ превзойдёт 1. Найти $\mathsf{P}(\nu \geqslant k)$ и $\mathsf{E}\nu$.

Ф.И.О.							Номер группы	
1	2	3	4	5	6	7	балл	