1 (4 балла). Плотность распределения случайной величины ξ равна

$$f_\xi(t) = \begin{cases} c(t^2+t) & \text{при } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Найти постоянную c, б) нарисовать график функции распределения с.в. ξ,
в) найти функцию распределения случайной величины $\sqrt{\xi}$, г) найти вероятность $\mathsf{P}(\xi > \mathsf{E}\xi)$.

2 (2 балла). Из карточек, на которых написаны числа 1, 2, 2, 2, 3, наудачу выбирается одна.

а) Построить график функции распределения числа на выбранной карточке,
б) найти коэффициент корреляции этого числа и индикатора того, что это число чётное.

3 (2 балла). Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$, φ независимы в совокупности, $\xi_i \Subset \mathrm{U}_{1,2}$, $\varphi \Subset \mathrm{B}_{2/3}$. Нарисовать график функции распределения случайной величины $\varphi \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ и найти её мат. ожидание.

4 (2 балла). Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$ независимы и имеют одно и то же распределение Бернулли с параметром $p = 1/3$, $\eta = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти таблицу распределения и математическое ожидание случайной величины 3^η.

5 (2 балла). Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие одно и то же нормальное распределение с параметрами $a = 2$, $\sigma^2 = 4$. Найти плотности распределения случайных величин $\xi - 3\eta - 3$ и $-2\xi + 1$.

6* (3 балла). Пусть $\langle [0, 1], \mathfrak{B}([0, 1]), \lambda(\cdot) \rangle$ — вероятностное пространство. Построить две случайные величины ξ и η такие, что $\rho(\xi, \eta) = 1$, но при любых $a \neq 0$ и b равенство $\eta(\omega) = a\xi(\omega) + b$ выполнено не при всех $\omega \in [0, 1]$.

ФИО										Группа	
1а	1б	1в	1г	2а	2б	3	4	5	6	$\sum$	

---

1 (4 балла). Плотность распределения случайной величины ξ равна

$$f_\xi(t) = \begin{cases} c(t+2) & \text{при } 1 \leqslant t \leqslant 3, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Найти постоянную c, б) нарисовать график функции распределения с.в. ξ,
в) найти функцию распределения случайной величины e^ξ, г) найти вероятность $\mathsf{P}(\xi > \mathsf{E}\xi)$.

2 (2 балла). Из урны, в которой два белых и три чёрных шара, наудачу берут три шара.

а) Построить график функции распределения числа вынутых белых шаров,
б) найти коэффициент корреляции этого числа и индикатора того, что среди вынутых шаров есть хотя бы один белый шар.

3 (2 балла). Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$, φ независимы в совокупности, $\xi_i \Subset \mathrm{E}_2$, $\varphi \Subset \mathrm{B}_{3/4}$. Нарисовать график функции распределения случайной величины $\varphi \min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ и найти её мат. ожидание.

4 (2 балла). Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$ независимы и имеют одно и то же распределение Пуассона с параметром $\lambda = 2$, $\eta = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти таблицу распределения и математическое ожидание случайной величины 7^η.

5 (2 балла). Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие одно и то же нормальное распределение с параметрами $a = 1$, $\sigma^2 = 9$. Найти плотности распределения случайных величин $2\xi - 5\eta - 3$ и -3η.

6* (3 балла). Случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывное распределение. Каким свойством должна обладать её функция распределения, чтобы случайная величина $\min(|\xi|, 2)$ имела абсолютно непрерывное распределение?

ФИО										Группа	
1а	1б	1в	1г	2а	2б	3	4	5	6	$\sum$	

1 (4 балла). Плотность распределения случайной величины ξ равна

$$f_\xi(t) = \begin{cases} c(2t^2+1) & \text{при } 0 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Найти постоянную c, б) нарисовать график функции распределения с.в. ξ,
в) найти функцию распределения случайной величины -2ξ, г) найти вероятность $\mathsf{P}(\xi > \mathsf{E}\xi)$.

2 (2 балла). Из карточек, на которых написаны числа 1, 2, 1, 1, 4, наудачу выбирается одна.

а) Построить график функции распределения числа на выбранной карточке,
б) найти коэффициент корреляции этого числа и индикатора того, что это число чётное.

3 (2 балла). Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$, φ независимы в совокупности, $\xi_i \in \mathrm{U}_{2,3}$, $\varphi \in \mathrm{B}_{1/3}$. Нарисовать график функции распределения случайной величины $\varphi \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ и найти её мат. ожидание.

4 (2 балла). Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_7$ независимы и имеют одно и то же биномиальное распределение с параметрами $n = 2$ и $p = 1/3$, $\eta = \xi_1 + \ldots + \xi_7$. Найти таблицу распределения и математическое ожидание случайной величины 2^η.

5 (2 балла). Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие одно и то же нормальное распределение с параметрами $a = -2$, $\sigma^2 = 16$. Найти плотности распределения случайных величин $5\xi - \eta - 1$ и 4ξ.

6* (3 балла). Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$ независимы и имеют одно и то же распределение Бернулли с параметром $1/2$. Найти коэффициент корреляции случайных величин $\min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ и $\max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$.

ФИО										Группа	
1а	1б	1в	1г	2а	2б	3	4	5	6	$\sum$	

---

1 (4 балла). Плотность распределения случайной величины ξ равна

$$f_\xi(t) = \begin{cases} c(t^2+1) & \text{при } 0 \leqslant t \leqslant 3, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Найти постоянную c, б) нарисовать график функции распределения с.в. ξ,
в) найти функцию распределения случайной величины ξ^2, г) найти вероятность $\mathsf{P}(\xi > \mathsf{E}\xi)$.

2 (2 балла). Вероятность изготовления нестандартной детали равна 1/5. Контролёр берёт из партии детали одну за другой, но не более трёх. При обнаружении нестандартной детали проверка прекращается.

а) Построить график функции распределения числа проверенных в партии деталей,
б) Найти коэффициент корреляции этого числа и индикатора того, что первая проверенная деталь стандартна.

3 (2 балла). Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$, φ независимы в совокупности, $\xi_i \in \mathrm{E}_3$, $\varphi \in \mathrm{B}_{1/4}$. Нарисовать график функции распределения случайной величины $\varphi \min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ и найти её мат. ожидание.

4 (2 балла). Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$ независимы и имеют одно и то же распределение Пуассона с параметром $\lambda = 3$, $\eta = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти таблицу распределения и математическое ожидание случайной величины 2^η.

5 (2 балла). Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие одно и то же нормальное распределение с параметрами $a = -2$, $\sigma^2 = 16$. Найти плотности распределения случайных величин $5\xi - \eta - 1$ и $4\xi + 2$.

6* (3 балла). Пусть случайные величины ξ_1 и ξ_2 положительны и одинаково распределены. Привести пример, показывающий, что не обязательно $\mathsf{E}\left(\frac{\xi_1}{\xi_2}\right) = \mathsf{E}\left(\frac{\xi_2}{\xi_1}\right)$, даже если эти математические ожидания существуют.

ФИО										Группа	
1а	1б	1в	1г	2а	2б	3	4	5	6	$\sum$	

1 (4 балла). Плотность распределения случайной величины ξ равна

$$f_\xi(t) = \begin{cases} c(3t-1) & \text{при } 1 \leqslant t \leqslant 3, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Найти постоянную c, б) нарисовать график функции распределения с.в. ξ,
в) найти функцию распределения случайной величины $\sqrt{\xi}$, г) найти вероятность $\mathsf{P}(\xi > \mathsf{E}\xi)$.

2 (2 балла). Из карточек, на которых написаны числа 1, 2, 1, 3, 3, наудачу выбирается одна.

а) Построить график функции распределения числа на выбранной карточке,
б) найти коэффициент корреляции этого числа и индикатора того, что это число нечётное.

3 (2 балла). Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$, φ независимы в совокупности, $\xi_i \in \mathrm{U}_{1,3}$, $\varphi \in \mathrm{B}_{3/5}$. Нарисовать график функции распределения случайной величины $\varphi \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ и найти её мат. ожидание.

4 (2 балла). Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_4$ независимы и имеют одно и то же биномиальное распределение с параметрами $n = 3$ и $p = 2/3$, $\eta = \xi_1 + \ldots + \xi_4$. Найти таблицу распределения и математическое ожидание случайной величины 5^η.

5 (2 балла). Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие одно и то же нормальное распределение с параметрами $a = 2$, $\sigma^2 = 16$. Найти плотности распределения случайных величин $\xi - 5\eta - 2$ и -4η.

6* (3 балла). Пусть $\langle [0,1], \mathfrak{B}([0,1]), \lambda(\cdot) \rangle$ — вероятностное пространство. Построить две случайные величины ξ и η такие, что $\rho(\xi, \eta) = -1$, но при любых $a \neq 0$ и b равенство $\eta(\omega) = a\xi(\omega) + b$ выполнено не при всех $\omega \in [0,1]$.

ФИО										Группа	
1а	1б	1в	1г	2а	2б	3	4	5	6	$\sum$	

---

1 (4 балла). Плотность распределения случайной величины ξ равна

$$f_\xi(t) = \begin{cases} c(t^2-2t) & \text{при } 2 \leqslant t \leqslant 4, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Найти постоянную c, б) нарисовать график функции распределения с.в. ξ,
в) найти функцию распределения случайной величины ξ^2, г) найти вероятность $\mathsf{P}(\xi > \mathsf{E}\xi)$.

2 (2 балла). Вероятность попадания баскетбольного мяча в кольцо при бросании начинающим спортсменом равна 0,1. Мяч бросают до первого попадания, но дают не более трёх попыток.

а) Построить график функции распределения числа выполненных бросков,
б) Найти коэффициент корреляции числа выполненных бросков и числа промахов при первом броске.

3 (2 балла). Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$, φ независимы в совокупности, $\xi_i \in \mathrm{E}_4$, $\varphi \in \mathrm{B}_{5/6}$. Нарисовать график функции распределения случайной величины $\varphi \min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ и найти её мат. ожидание.

4 (2 балла). Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$ независимы и имеют одно и то же распределение Пуассона с параметром $\lambda = 2$, $\eta = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти таблицу распределения и математическое ожидание случайной величины 3^η.

5 (2 балла). Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие одно и то же нормальное распределение с параметрами $a = -1$, $\sigma^2 = 4$. Найти плотности распределения случайных величин $3\xi - \eta - 1$ и 2ξ.

6* (3 балла). Пусть ξ и η — случайные величины. Доказать, что если существуют $\mathsf{E}\xi$ и $\mathsf{E}\eta$, то существует $\mathsf{E}\max\{\xi, \eta\}$. Привести пример, показывающий, что обратное неверно.

ФИО										Группа	
1а	1б	1в	1г	2а	2б	3	4	5	6	$\sum$	

1 (4 балла). Плотность распределения случайной величины ξ равна

$$f_\xi(t) = \begin{cases} c(t^2+7t) & \text{при } -3 \leqslant t \leqslant -1, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Найти постоянную c, б) нарисовать график функции распределения с.в. ξ,
в) найти функцию распределения случайной величины -2ξ, г) найти вероятность $\mathsf{P}(\xi > \mathsf{E}\xi)$.

2 (2 балла). Из карточек, на которых написаны числа 1, 2, 2, 3, 3, наудачу выбирается одна.

а) Построить график функции распределения числа на выбранной карточке,
б) найти коэффициент корреляции этого числа и индикатора того, что это число чётное.

3 (2 балла). Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$, φ независимы в совокупности, $\xi_i \in \mathrm{U}_{1,3}$, $\varphi \in \mathrm{B}_{2/3}$. Нарисовать график функции распределения случайной величины $\varphi \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ и найти её мат. ожидание.

4 (2 балла). Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$ независимы и имеют одно и то же распределение Бернулли с параметром $p = 1/3$, $\eta = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти таблицу распределения и математическое ожидание случайной величины 5^η.

5 (2 балла). Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие одно и то же нормальное распределение с параметрами $a = 1$, $\sigma^2 = 9$. Найти плотности распределения случайных величин $\xi - 3\eta - 3$ и $-2\xi + 3$.

6* (3 балла). Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие геометрическое распределение с разными параметрами p_1 и p_2. Доказать, что случайная величина $\nu = \min(\xi, \eta)$ также имеет геометрическое распределение. Найти параметр этого распределения.

ФИО										Группа	
1а	1б	1в	1г	2а	2б	3	4	5	6	$\sum$	

---

1 (4 балла). Плотность распределения случайной величины ξ равна

$$f_\xi(t) = \begin{cases} c(t^2-2t) & \text{при } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Найти постоянную c, б) нарисовать график функции распределения с.в. ξ,
в) найти функцию распределения случайной величины e^ξ, г) найти вероятность $\mathsf{P}(\xi > \mathsf{E}\xi)$.

2 (2 балла). Из урны, в которой два белых и три чёрных шара, наудачу берут три шара.

а) Построить график функции распределения числа вынутых белых шаров,
б) найти коэффициент корреляции этого числа и индикатора того, что среди вынутых шаров есть хотя бы один чёрный шар.

3 (2 балла). Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$, φ независимы в совокупности, $\xi_i \in \mathrm{E}_3$, $\varphi \in \mathrm{B}_{3/5}$. Нарисовать график функции распределения случайной величины $\varphi \min(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ и найти её мат. ожидание.

4 (2 балла). Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$ независимы и имеют одно и то же распределение Пуассона с параметром $\lambda = 2$, $\eta = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найти таблицу распределения и математическое ожидание случайной величины 3^η.

5 (2 балла). Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие одно и то же нормальное распределение с параметрами $a = -1$, $\sigma^2 = 16$. Найти плотности распределения случайных величин $2\xi - \eta - 3$ и $3\eta + 1$.

6* (3 балла). Пусть ξ имеет стандартное нормальное распределение. Положим $\eta = 0$ при $\xi \leqslant 0$ и $\eta = 1$ при $\xi > 0$. Доказать, что случайные величины $|\xi|$ и η независимы.

ФИО										Группа	
1а	1б	1в	1г	2а	2б	3	4	5	6	$\sum$	