1. Пусть случайная величина ξ имеет функцию распределения $F_\xi(x)$, и пусть $\mathsf{E}\xi = 3$, $\mathsf{D}\xi = 2$. Найти $\mathsf{E}\eta$ и $\mathsf{D}\eta$, если случайная величина η имеет функцию распределения $F_\xi(2x+7)$.

2. Пусть случайные величины ξ и η независимы. Доказать, что случайные величины $2\xi+1$ и e^η также независимы.

3. Пусть случайная величина ξ имеет плотность распределения

$$f_\xi(t) = \begin{cases} c\cdot\cos t & \text{при } 0 \leqslant t \leqslant \pi/2, \\ 0 & \text{при } t \notin [0,\, \pi/2]. \end{cases}$$

а) Найти c и $\mathsf{P}(\xi > \mathsf{E}\xi)$; б) найти функцию распределения $F_\xi(x)$ и нарисовать её график.

4. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие биномиальное распределение с параметрами 3 и $1/2$. Найти распределение случайной величины $\min(\xi, \eta)$.

5. Пусть ξ_1 и ξ_2 — независимые случайные величины, имеющие нормальное распределение с параметрами $a = 3$, $\sigma^2 = 4$. Одинаковы ли распределения случайных величин $5\xi_1 - \xi_2 + 3$ и $4\xi_1 + 3$? Найти плотности распределения этих случайных величин.

6. Пусть случайная величина ξ имеет стандартное нормальное распределение. Положим

$$\eta = \begin{cases} \xi, & \text{если } |\xi| \leqslant 2, \\ -\xi, & \text{если } |\xi| > 2. \end{cases}$$

Найти распределение случайной величины η.

Фамилия студента							Номер группы	
1	2	3а	3б	4	5	6	$\sum$	

---

1. Пусть независимые случайные величины ξ и η имеют одно и то же распределение Бернулли с параметром $p = 1/2$. Нарисовать график функции распределения случайной величины $\xi - \eta$. Найти $\mathsf{D}(\xi - \eta)$.

2. Пусть случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[0,\ 1]$. Проверить по определению, будут ли случайные величины e^ξ и $\xi + 5$ независимыми.

3. Пусть случайная величина ξ имеет плотность распределения

$$f_\xi(t) = \begin{cases} c\cdot e^t & \text{при } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ 0 & \text{при } t \notin [0,\, 1]. \end{cases}$$

а) Найти c и $\mathsf{P}(\xi \leqslant \mathsf{E}\xi)$; б) найти функцию распределения $F_\xi(x)$ и нарисовать её график.

4. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, причём ξ имеет показательное распределение с параметром 3, а η имеет равномерное распределение на отрезке $[1,\ 2]$. Найти функцию распределения случайной величины $\max(\xi,\ \eta)$.

5. Пусть ξ_1 и ξ_2 — независимые случайные величины, имеющие нормальное распределение с параметрами $a = 1$, $\sigma^2 = 9$. Одинаковы ли распределения случайных величин $4\xi_2 - 2\xi_1 - 1$ и $2\xi_2 - 1$? Найти плотности распределения этих случайных величин.

6. Найти $\mathsf{E}\xi$ и $\mathsf{D}\xi$, если $\ln\xi$ имеет нормальное распределение с параметрами a и σ^2.

Фамилия студента							Номер группы	
1	2	3а	3б	4	5	6	$\sum$	

1. Пусть функция $F(x)$ является функцией распределения некоторой случайной величины. Является ли функция $G(x) = F(|x|)$ функцией распределения какой-нибудь случайной величины?

2. Пусть ξ_1, ξ_2, ξ_3 — независимые в совокупности случайные величины, имеющие равномерное распределение на отрезке $[0,\ 1]$. Проверить, будут ли случайные величины $\min(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ и $\max(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ независимыми.

3. Пусть случайная величина ξ имеет плотность распределения

$$f_\xi(t) = \begin{cases} c \cdot \sin t & \text{при } 0 \leqslant t \leqslant \pi/2, \\ 0 & \text{при } t \notin [0,\ \pi/2]. \end{cases}$$

а) Найти c и $\mathsf{P}(\xi > \mathsf{E}\xi)$; б) найти функцию распределения $F_\xi(x)$ и нарисовать её график.

4. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, причём ξ имеет биномиальное распределение с параметрами 8 и $1/2$, а η имеет распределение Пуассона с параметром 2. Найти коэффициент корреляции случайных величин $3\xi - 2\eta$ и ξ.

5. Пусть ξ_1 и ξ_2 — независимые случайные величины, имеющие нормальное распределение с параметрами $a = 2$, $\sigma^2 = 16$. Одинаковы ли распределения случайных величин $6\xi_1 - \xi_2 + 2$ и $5\xi_1 + 2$? Найти плотности распределения этих случайных величин.

6. Пусть случайные величины ξ_1 и ξ_2 положительны и одинаково распределены. Привести пример, показывающий, что не обязательно математические ожидания величин $\dfrac{\xi_1}{\xi_1 + \xi_2}$ и $\dfrac{\xi_2}{\xi_1 + \xi_2}$ совпадают, даже если эти математические ожидания существуют.

Фамилия студента							Номер группы	
1	2	3а	3б	4	5	6	$\sum$	

---

1. Пусть случайная величина ξ имеет функцию распределения $F_\xi(x)$, и пусть $\mathsf{E}\xi = 4$, $\mathsf{D}\xi = 3$. Найти $\mathsf{E}\eta$ и $\mathsf{D}\eta$, если случайная величина η имеет функцию распределения $F_\xi(3x - 5)$.

2. Пусть случайные величины ξ и η независимы. Доказать, что случайные величины $3\xi - 1$ и η^2 также независимы.

3. Пусть случайная величина ξ имеет плотность распределения

$$f_\xi(t) = \begin{cases} c \cdot e^{-t} & \text{при } 0 \leqslant t \leqslant \ln 2, \\ 0 & \text{при } t \notin [0,\ \ln 2]. \end{cases}$$

а) Найти c и $\mathsf{P}(\xi \leqslant \mathsf{E}\xi)$; б) найти функцию распределения $F_\xi(x)$ и нарисовать её график.

4. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие биномиальное распределение с параметрами 2 и $1/3$. Найти распределение случайной величины $\max(\xi,\ \eta)$.

5. Пусть ξ_1 и ξ_2 — независимые случайные величины, имеющие нормальное распределение с параметрами $a = 1$, $\sigma^2 = 4$. Одинаковы ли распределения случайных величин $5\xi_2 - 2\xi_1 - 3$ и $3\xi_2 - 3$? Найти плотности распределения этих случайных величин.

6. Привести пример такой плотности распределения случайной величины ξ и такой непрерывной функции $g(x)$, что случайная величина $\eta = g(\xi)$ имеет невырожденное дискретное распределение.

Фамилия студента							Номер группы	
1	2	3а	3б	4	5	6	$\sum$	

1. Пусть независимые случайные величины ξ и η принимают значения 0, 1, 2 с равными вероятностями. Нарисовать график функции распределения случайной величины $\xi - \eta$. Найти $\mathsf{D}(\xi - \eta)$.

2. Пусть случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[0,\ 1]$. Проверить по определению, будут ли случайные величины ξ^2 и $\xi + 5$ независимыми.

3. Пусть случайная величина ξ имеет плотность распределения

$$f_\xi(t) = \begin{cases} c \cdot \cos t & \text{при } 0 \leqslant t \leqslant \pi/3, \\ 0 & \text{при } t \notin [0,\ \pi/3]. \end{cases}$$

а) Найти c и $\mathsf{P}(\xi > \mathsf{E}\xi)$; б) найти функцию распределения $F_\xi(x)$ и нарисовать её график.

4. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, причём ξ имеет показательное распределение с параметром 2, а η имеет равномерное распределение на отрезке $[1,\ 3]$. Найти функцию распределения случайной величины $\min(\xi,\ \eta)$.

5. Пусть ξ_1 и ξ_2 — независимые случайные величины, имеющие нормальное распределение с параметрами $a = -1$, $\sigma^2 = 9$. Одинаковы ли распределения случайных величин $4\xi_1 - 2\xi_2 + 1$ и $2\xi_1 + 1$? Найти плотности распределения этих случайных величин.

6. Пусть $\xi_1,\ \xi_2,\ \ldots$ — независимые в совокупности и одинаково распределённые случайные величины, принимающие значения $0,\ 1,\ \ldots,\ 9$ с равными вероятностями. Найти функцию распределения следующей случайной величины:

$$\eta = \sum_{k=1}^{\infty} \xi_k \cdot 10^{-k}.$$

Фамилия студента							Номер группы	
1	2	3а	3б	4	5	6	$\sum$	

---

1. Пусть функция $F(x)$ является функцией распределения некоторой случайной величины. Является ли функция $G(x) = e^{F(x)}$ функцией распределения какой-нибудь случайной величины?

2. Пусть $\xi_1,\ \xi_2,\ \xi_3$ — независимые в совокупности случайные величины, каждая из которых принимает значения 0, 1 и 2 с равными вероятностями. Проверить, будут ли случайные величины $\min(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ и $\max(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ независимыми.

3. Пусть случайная величина ξ имеет плотность распределения

$$f_\xi(t) = \begin{cases} c \cdot e^t & \text{при } 0 \leqslant t \leqslant 3, \\ 0 & \text{при } t \notin [0,\ 3]. \end{cases}$$

а) Найти c и $\mathsf{P}(\xi \leqslant \mathsf{E}\xi)$; б) найти функцию распределения $F_\xi(x)$ и нарисовать её график.

4. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, причём ξ имеет распределение Пуассона с параметром 7, а η имеет биномиальное распределение с параметрами 3 и $1/6$. Найти коэффициент корреляции случайных величин $2\xi - 3\eta$ и η.

5. Пусть ξ_1 и ξ_2 — независимые случайные величины, имеющие нормальное распределение с параметрами $a = 3$, $\sigma^2 = 16$. Одинаковы ли распределения случайных величин $4\xi_2 - \xi_1 - 7$ и $3\xi_2 - 7$? Найти плотности распределения этих случайных величин.

6. Указать, в каких границах может изменяться дисперсия суммы двух случайных величин с единичными дисперсиями. Привести примеры, когда эти границы достигаются.

Фамилия студента							Номер группы	
1	2	3а	3б	4	5	6	$\sum$	

1. Пусть случайная величина ξ имеет функцию распределения $F_\xi(x)$, и пусть $\mathsf{E}\xi = 1$, $\mathsf{D}\xi = 4$. Найти $\mathsf{E}\eta$ и $\mathsf{D}\eta$, если случайная величина η имеет функцию распределения $F_\xi(5x-1)$.

2. Пусть случайные величины ξ и η независимы. Доказать, что случайные величины $5\xi + 2$ и $|\eta|$ также независимы.

3. Пусть случайная величина ξ имеет плотность распределения

$$f_\xi(t) = \begin{cases} c \cdot \sin t & \text{при } 0 \leqslant t \leqslant \pi/3, \\ 0 & \text{при } t \notin [0,\, \pi/3]. \end{cases}$$

а) Найти c и $\mathsf{P}(\xi > \mathsf{E}\xi)$; б) найти функцию распределения $F_\xi(x)$ и нарисовать её график.

4. Пусть случайные величины ξ и η независимы, причём ξ имеет биномиальное распределение с параметрами 3 и $1/2$, а η имеет распределение Бернулли с параметром $1/3$. Найти распределение случайной величины $\min(\xi,\ \eta)$.

5. Пусть ξ_1 и ξ_2 — независимые случайные величины, имеющие нормальное распределение с параметрами $a = -2$, $\sigma^2 = 9$. Одинаковы ли распределения случайных величин $6\xi_1 - 2\xi_2 + 1$ и $4\xi_1 + 1$? Найти плотности распределения этих случайных величин.

6. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, имеющие равномерное распределение на отрезке $[0,\ 1]$. Доказать, что величины $|\xi - \eta|$ и $\min(\xi,\ \eta)$ одинаково распределены.

Фамилия студента							Номер группы	
1	2	3а	3б	4	5	6	$\sum$	

---

1. Пусть функция $F(x)$ является функцией распределения некоторой случайной величины. Является ли функция $G(x) = F(x^2)$ функцией распределения какой-нибудь случайной величины?

2. Пусть $\xi_1,\ \xi_2,\ \xi_3$ — независимые в совокупности случайные величины, каждая из которых принимает значения -1, 0 и 1 с равными вероятностями. Проверить, будут ли случайные величины $|\xi_1 - \xi_2|$ и $\max(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ независимыми.

3. Пусть случайная величина ξ имеет плотность распределения

$$f_\xi(t) = \begin{cases} c \cdot e^{-t} & \text{при } -2 \leqslant t \leqslant 0, \\ 0 & \text{при } t \notin [-2,\, 0]. \end{cases}$$

а) Найти c и $\mathsf{P}(\xi \leqslant \mathsf{E}\xi)$; б) найти функцию распределения $F_\xi(x)$ и нарисовать её график.

4. Пусть ξ и η — независимые случайные величины, причём ξ имеет распределение Пуассона с параметром 8, а η имеет биномиальное распределение с параметрами 4 и $3/4$. Найти коэффициент корреляции случайных величин $4\xi - 3\eta$ и ξ.

5. Пусть ξ_1 и ξ_2 — независимые случайные величины, имеющие нормальное распределение с параметрами $a = 2$, $\sigma^2 = 4$. Одинаковы ли распределения случайных величин $6\xi_2 - \xi_1 - 3$ и $5\xi_2 - 3$? Найти плотности распределения этих случайных величин.

6. Пусть случайные величины ξ_1 и ξ_2 положительны и одинаково распределены. Привести пример того, что распределения векторов $(\xi_1,\ \xi_2)$ и $(\xi_2,\ \xi_1)$ не обязательно совпадают.

Фамилия студента							Номер группы	
1	2	3а	3б	4	5	6	$\sum$	