**1.** Пусть случайная величина $\xi$ принимает целые значения от 1 до 5 с равными вероятностями. Пусть случайная величина $\eta$ не зависит от $\xi$ и имеет такое же распределение.
а) Нарисовать график функции распределения случайной величины $\xi/2$;
б) проверить по определению, зависимы ли случайные величины $\xi+\eta$ и $\xi-\eta$.

**2.** Пусть $\xi_1$, $\xi_2$, $\xi_3$ — независимые в совокупности случайные величины, имеющие одну и ту же плотность распределения

$$f(t)=\begin{cases} ct^4 & \text{при } -1\leqslant t\leqslant 1,\\ 0 & \text{при } t\notin[-1,\,1].\end{cases}$$

а) Найти $c$ и $\mathsf{P}\bigl(\xi_1>\sqrt{\mathsf{D}\xi_1}\bigr)$; б) найти функцию распределения случайной величины $\max\{\xi_1,\,2\xi_2,\,3\xi_3\}$.

**3.** Пусть $\xi$ и $\eta$ — независимые случайные величины, причём $\xi$ имеет биномиальное распределение с параметрами 3 и $1/3$, а $\eta$ имеет распределение Пуассона с параметром 2. Найти:
а) коэффициент корреляции случайных величин $\xi-2\eta$ и $\xi+2\eta$; б) вероятность $\mathsf{P}(\xi=\eta)$.

**4.** Пусть $\xi_1,\,\ldots,\,\xi_5$ — независимые в совокупности случайные величины, имеющие одно и то же нормальное распределение с параметрами $a=3$, $\sigma^2=4$. Найти плотность распределения случайной величины

$$\eta=\frac{15-\xi_1-\ldots-\xi_5}{2\sqrt{5}}\,.$$

**5.** Пусть $\xi$ имеет равномерное распределение на отрезке $[-\pi/2,\,\pi/2]$. Существует ли $\mathsf{E}\,\mathrm{tg}\,\xi$?

**6.** Доказать, что случайные величины $\xi$ и $\eta$ независимы тогда и только тогда, когда для любых двух борелевских функций $f$ и $g$ независимы случайные величины $f(\xi)$ и $g(\eta)$.

| Фамилия студента | | | | | | | | | Номер группы | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1а | 1б | 2а | 2б | 3а | 3б | 4 | 5 | 6 | $\sum$ | |
| | | | | | | | | | | |

---

**1.** Пусть случайная величина $\xi$ принимает значение 1 с вероятностью $1/2$, а остальные значения 2, 3, 4 — с равными вероятностями. Пусть случайная величина $\eta$ не зависит от $\xi$ и имеет такое же распределение.
а) Нарисовать график функции распределения случайной величины $\eta^2$;
б) проверить по определению, зависимы ли случайные величины $\xi-\eta$ и $\xi+\eta$.

**2.** Пусть $\xi_1$ и $\xi_2$ — независимые случайные величины, имеющие одну и ту же плотность распределения

$$f(t)=\begin{cases} ct^{-4} & \text{при } |t|\geqslant 2,\\ 0 & \text{при } t\in(-2,\,2).\end{cases}$$

а) Найти $c$ и $\mathsf{P}\bigl(\xi_1>\sqrt{\mathsf{D}\xi_1}\bigr)$; б) найти функцию распределения случайной величины $\max\{2\xi_1,\,\xi_2\}$.

**3.** Пусть $\xi$ и $\eta$ — независимые случайные величины, причём $\xi$ имеет распределение Пуассона с параметром 3, а $\eta$ имеет биномиальное распределение с параметрами 4 и $1/2$. Найти:
а) коэффициент корреляции случайных величин $\xi-3\eta$ и $\xi+3\eta$; б) вероятность $\mathsf{P}(\xi=\eta)$.

**4.** Пусть $\xi_1,\,\ldots,\,\xi_6$ — независимые в совокупности случайные величины, имеющие одно и то же нормальное распределение с параметрами $a=1$, $\sigma^2=9$. Найти плотность распределения случайной величины

$$\eta=\frac{\xi_1-\xi_2+\xi_3-\xi_4+\xi_5-\xi_6}{3\sqrt{6}}\,.$$

**5.** Пусть $\xi$ имеет равномерное распределение на отрезке $[-1,\,1]$. Существует ли $\mathsf{E}\Bigl(\dfrac{1}{\xi}\Bigr)$?

**6.** Доказать, что если каждая из случайных величин $\xi$ и $\eta$ принимает только два значения, то из равенства $\mathsf{E}\xi\eta=\mathsf{E}\xi\,\mathsf{E}\eta$ вытекает независимость случайных величин $\xi$ и $\eta$.

| Фамилия студента | | | | | | | | | Номер группы | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1а | 1б | 2а | 2б | 3а | 3б | 4 | 5 | 6 | $\sum$ | |
| | | | | | | | | | | |

**1.** Пусть случайная величина $\xi$ принимает значение 0 с вероятностью $1/3$, а остальные значения $\pm 1$, $\pm 2$ — с равными вероятностями. Пусть случайная величина $\eta$ не зависит от $\xi$ и имеет такое же распределение.
а) Нарисовать график функции распределения случайной величины $\xi/3$;
б) проверить по определению, зависимы ли случайные величины $\xi+\eta$ и $\xi-\eta$.

**2.** Пусть $\xi_1$, $\xi_2$, $\xi_3$ — независимые в совокупности случайные величины, имеющие одну и ту же плотность распределения

$$f(t)=\begin{cases} c\,t^2 & \text{при } |t|\leqslant 2,\\ 0 & \text{при } t\notin[-2,\,2].\end{cases}$$

а) Найти $c$ и $\mathsf{P}\bigl(\xi_1>\sqrt{\mathsf{D}\xi_1}\bigr)$; б) найти функцию распределения случайной величины $\max\{\xi_1,\,\xi_2/2,\,\xi_3/3\}$.

**3.** Пусть $\xi$ и $\eta$ — независимые случайные величины, причём $\xi$ имеет биномиальное распределение с параметрами 3 и $1/2$, а $\eta$ имеет распределение Пуассона с параметром 6. Найти:
а) коэффициент корреляции случайных величин $\xi-2\eta$ и $\xi+2\eta$; б) вероятность $\mathsf{P}(\xi=\eta)$.

**4.** Пусть $\xi_1,\,\ldots,\,\xi_4$ — независимые в совокупности случайные величины, имеющие одно и то же нормальное распределение с параметрами $a=1$, $\sigma^2=16$. Найти плотность распределения случайной величины

$$\eta=\frac{1}{2}-\frac{\xi_1+\xi_2+\xi_3+\xi_4}{8}\,.$$

**5.** Пусть $\xi$ имеет равномерное распределение на отрезке $[-2,\,2]$. Существует ли $\mathsf{E}\Bigl(\dfrac{1}{\xi^3}\Bigr)$?

**6.** Пусть случайные величины $\xi_1$ и $\xi_2$ положительны и одинаково распределены. Привести пример, показывающий, что не обязательно $\mathsf{E}\Bigl(\dfrac{\xi_1}{\xi_2}\Bigr)=\mathsf{E}\Bigl(\dfrac{\xi_2}{\xi_1}\Bigr)$, даже если эти математические ожидания существуют.

| Фамилия студента | | | | | | | | | Номер группы | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1а | 1б | 2а | 2б | 3а | 3б | 4 | 5 | 6 | $\sum$ | |
| | | | | | | | | | | |

---

**1.** Пусть случайная величина $\xi$ принимает значения 1 и 5 с вероятностями по $1/8$, а остальные значения 2, 3, 4 — с равными вероятностями. Пусть случайная величина $\eta$ не зависит от $\xi$ и имеет такое же распределение.
а) Нарисовать график функции распределения случайной величины $2\eta$;
б) проверить по определению, зависимы ли случайные величины $\xi-\eta$ и $\xi+\eta$.

**2.** Пусть $\xi_1$ и $\xi_2$ — независимые случайные величины, имеющие одну и ту же плотность распределения

$$f(t)=\begin{cases} c\,t^{-6} & \text{при } |t|\geqslant 1,\\ 0 & \text{при } t\in(-1,\,1).\end{cases}$$

а) Найти $c$ и $\mathsf{P}\bigl(\xi_1>\sqrt{\mathsf{D}\xi_1}\bigr)$; б) найти функцию распределения случайной величины $\max\{\xi_1/2,\,\xi_2\}$.

**3.** Пусть $\xi$ и $\eta$ — независимые случайные величины, причём $\xi$ имеет распределение Пуассона с параметром 4, а $\eta$ имеет биномиальное распределение с параметрами 3 и $1/2$. Найти:
а) коэффициент корреляции случайных величин $\xi-2\eta$ и $\xi+2\eta$; б) вероятность $\mathsf{P}(\xi=\eta)$.

**4.** Пусть $\xi_1,\,\ldots,\,\xi_5$ — независимые в совокупности случайные величины, имеющие одно и то же нормальное распределение с параметрами $a=2$, $\sigma^2=4$. Найти плотность распределения случайной величины

$$\eta=\frac{\xi_1+\xi_2+\xi_3-\xi_4-\xi_5-2}{2\sqrt{5}}\,.$$

**5.** Пусть $\xi$ имеет равномерное распределение на отрезке $[-3,\,3]$. Существует ли $\mathsf{E}\Bigl(\dfrac{1}{\xi^5}\Bigr)$?

**6.** Пусть $\xi$ и $\eta$ — случайные величины. Доказать, что если существуют $\mathsf{E}\xi$ и $\mathsf{E}\eta$, то существует $\mathsf{E}\max\{\xi,\,\eta\}$. Привести пример, показывающий, что обратное неверно.

| Фамилия студента | | | | | | | | | Номер группы | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1а | 1б | 2а | 2б | 3а | 3б | 4 | 5 | 6 | $\sum$ | |
| | | | | | | | | | | |

**1.** Пусть случайная величина $\xi$ принимает целые значения от $-3$ до $3$ с равными вероятностями. Пусть случайная величина $\eta$ не зависит от $\xi$ и имеет такое же распределение.
а) Нарисовать график функции распределения случайной величины $|\xi|$;
б) проверить по определению, зависимы ли случайные величины $\xi+\eta$ и $\xi-\eta$.

**2.** Пусть $\xi_1$, $\xi_2$, $\xi_3$ — независимые в совокупности случайные величины, имеющие одну и ту же плотность распределения

$$f(t)=\begin{cases} c\,t^2 & \text{при } -3\leqslant t\leqslant 3,\\ 0 & \text{при } t\notin[-3,\,3].\end{cases}$$

а) Найти $c$ и $\mathsf{P}\bigl(\xi_1>\sqrt{\mathsf{D}\xi_1}\bigr)$; б) найти функцию распределения случайной величины $\max\{\xi_1,\,3\xi_2,\,6\xi_3\}$.

**3.** Пусть $\xi$ и $\eta$ — независимые случайные величины, причём $\xi$ имеет биномиальное распределение с параметрами $4$ и $1/4$, а $\eta$ имеет распределение Пуассона с параметром $5$. Найти:
а) коэффициент корреляции случайных величин $2\xi-\eta$ и $2\xi+\eta$; б) вероятность $\mathsf{P}(\xi=\eta)$.

**4.** Пусть $\xi_1,\,\ldots,\,\xi_4$ — независимые в совокупности случайные величины, имеющие нормальное распределение с параметрами $a=-2$, $\sigma^2=9$. Найти плотность распределения случайной величины

$$\eta=-\frac{\xi_1+\ldots+\xi_4+8}{6}.$$

**5.** Пусть $\xi$ имеет равномерное распределение на отрезке $[-\pi/4,\,\pi/4]$. Существует ли $\mathsf{E}\,\mathrm{tg}\,\xi$?

**6.** Пусть $\xi$ имеет стандартное нормальное распределение. Положим $\eta=0$ при $\xi\leqslant 0$ и $\eta=1$ при $\xi>0$. Доказать, что случайные величины $|\xi|$ и $\eta$ независимы.

| Фамилия студента | | | | | | | | | Номер группы | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1а | 1б | 2а | 2б | 3а | 3б | 4 | 5 | 6 | $\sum$ | |
| | | | | | | | | | | |

---

**1.** Пусть случайная величина $\xi$ принимает значение $0$ с вероятностью $1/2$, а остальные значения $1,\,2,\,3,\,4$ — с равными вероятностями. Пусть случайная величина $\eta$ не зависит от $\xi$ и имеет такое же распределение.
а) Нарисовать график функции распределения случайной величины $\eta/2$;
б) проверить по определению, зависимы ли случайные величины $\xi-\eta$ и $\xi+\eta$.

**2.** Пусть $\xi_1$ и $\xi_2$ — независимые случайные величины, имеющие одну и ту же плотность распределения

$$f(t)=\begin{cases} c\,t^{-4} & \text{при } |t|\geqslant 2,\\ 0 & \text{при } t\in(-2,\,2).\end{cases}$$

а) Найти $c$ и $\mathsf{P}\bigl(\xi_1>\sqrt{\mathsf{D}\xi_1}\bigr)$; б) найти функцию распределения случайной величины $\max\{\xi_1,\,2\xi_2\}$.

**3.** Пусть $\xi$ и $\eta$ — независимые случайные величины, причём $\xi$ имеет распределение Пуассона с параметром $7$, а $\eta$ имеет биномиальное распределение с параметрами $3$ и $1/6$. Найти:
а) коэффициент корреляции случайных величин $\xi-3\eta$ и $\xi+3\eta$; б) вероятность $\mathsf{P}(\xi=\eta)$.

**4.** Пусть $\xi_1,\,\ldots,\,\xi_5$ — независимые в совокупности случайные величины, имеющие одно и то же нормальное распределение с параметрами $a=1$, $\sigma^2=5$. Найти плотность распределения случайной величины

$$\eta=\frac{\xi_1-\xi_2+\xi_3-\xi_4+\xi_5-1}{5}.$$

**5.** Пусть $\xi$ имеет равномерное распределение на отрезке $[-1,\,1]$. Существует ли $\mathsf{E}\Bigl(\dfrac{1}{\xi^7}\Bigr)$?

**6.** Обязаны ли случайные величины $\xi$ и $\eta$ быть независимыми, если $\xi^2$ и $\eta$ независимы?

| Фамилия студента | | | | | | | | | Номер группы | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1а | 1б | 2а | 2б | 3а | 3б | 4 | 5 | 6 | $\sum$ | |
| | | | | | | | | | | |

**1.** Пусть случайная величина $\xi$ принимает значения $\pm1$, $\pm2$, $\pm3$ с равными вероятностями. Пусть случайная величина $\eta$ не зависит от $\xi$ и имеет такое же распределение.
а) Нарисовать график функции распределения случайной величины $\sqrt{|\xi|}$;
б) проверить по определению, зависимы ли случайные величины $\xi+\eta$ и $\xi-\eta$.

**2.** Пусть $\xi_1$, $\xi_2$, $\xi_3$ — независимые в совокупности случайные величины, имеющие одну и ту же плотность распределения

$$f(t)=\begin{cases} c\,t^4 & \text{при } |t|\leqslant 2,\\ 0 & \text{при } t\notin[-2,\,2].\end{cases}$$

а) Найти $c$ и $\mathsf{P}\bigl(\xi_1>\sqrt{\mathsf{D}\xi_1}\bigr)$; б) найти функцию распределения случайной величины $\max\{\xi_1,\,\xi_2/2,\,\xi_3/3\}$.

**3.** Пусть $\xi$ и $\eta$ — независимые случайные величины, причём $\xi$ имеет биномиальное распределение с параметрами $3$ и $2/3$, а $\eta$ имеет распределение Пуассона с параметром $2$. Найти:
а) коэффициент корреляции случайных величин $2\xi-\eta$ и $2\xi+\eta$; б) вероятность $\mathsf{P}(\xi=\eta)$.

**4.** Пусть $\xi_1,\,\ldots,\,\xi_6$ — независимые в совокупности случайные величины, имеющие одно и то же нормальное распределение с параметрами $a=1$, $\sigma^2=3$. Найти плотность распределения случайной величины

$$\eta=\frac{6-(\xi_1+\ldots+\xi_6)}{\sqrt{18}}\,.$$

**5.** Пусть $\xi$ имеет равномерное распределение на отрезке $[-5,\,5]$. Существует ли $\mathsf{E}\Bigl(\dfrac{1}{\xi}\Bigr)$?

**6.** Пусть второй момент случайной величины $\xi$ существует. Найти $\min\limits_{a\in\mathbb{R}}\mathsf{E}(\xi-a)^2$.

| Фамилия студента | | | | | | | | | Номер группы | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1а | 1б | 2а | 2б | 3а | 3б | 4 | 5 | 6 | $\sum$ | |
| | | | | | | | | | | |

---

**1.** Пусть случайная величина $\xi$ принимает значения $0$ и $4$ с вероятностями по $1/4$, а остальные значения $1,\,2,\,3$ — с равными вероятностями. Пусть случайная величина $\eta$ не зависит от $\xi$ и имеет такое же распределение.
а) Нарисовать график функции распределения случайной величины $\eta/2$;
б) проверить по определению, зависимы ли случайные величины $\xi-\eta$ и $\xi+\eta$.

**2.** Пусть $\xi_1$ и $\xi_2$ — независимые случайные величины, имеющие одну и ту же плотность распределения

$$f(t)=\begin{cases} c\,t^{-8} & \text{при } |t|\geqslant 1,\\ 0 & \text{при } t\in(-1,\,1).\end{cases}$$

а) Найти $c$ и $\mathsf{P}\bigl(\xi_1>\sqrt{\mathsf{D}\xi_1}\bigr)$; б) найти функцию распределения случайной величины $\max\{\xi_1,\,\xi_2/2\}$.

**3.** Пусть $\xi$ и $\eta$ — независимые случайные величины, причём $\xi$ имеет распределение Пуассона с параметром $2$, а $\eta$ имеет биномиальное распределение с параметрами $4$ и $3/4$. Найти:
а) коэффициент корреляции случайных величин $\xi-\eta$ и $\xi+\eta$; б) вероятность $\mathsf{P}(\xi=\eta)$.

**4.** Пусть $\xi_1,\,\ldots,\,\xi_5$ — независимые в совокупности случайные величины, имеющие одно и то же нормальное распределение с параметрами $a=2$, $\sigma^2=7$. Найти плотность распределения случайной величины

$$\eta=\frac{2+\xi_1+\xi_2-\xi_3-\xi_4-\xi_5}{\sqrt{35}}\,.$$

**5.** Пусть $\xi$ имеет равномерное распределение на отрезке $[-1,\,1]$. Существует ли $\mathsf{E}\Bigl(\dfrac{1}{\xi^5}\Bigr)$?

**6.** Пусть случайные величины $\xi_1$ и $\xi_2$ положительны и одинаково распределены. Привести пример, показывающий, что не обязательно совпадают распределения векторов $(\xi_1,\,\xi_2)$ и $(\xi_2,\,\xi_1)$.

| Фамилия студента | | | | | | | | | Номер группы | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1а | 1б | 2а | 2б | 3а | 3б | 4 | 5 | 6 | $\sum$ | |
| | | | | | | | | | | |