1. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение $\mathsf{P}(X_1 = 0) = \mathsf{P}(X_1 = 1) = \frac{1}{2} - \theta$, $\mathsf{P}(X_1 = 2) = \mathsf{P}(X_1 = 3) = \theta$, где $0 < \theta < \frac{1}{2}$.

а) (3 балла) Найти ОММ θ_1^* для параметра θ по первому моменту.
б) (5 баллов) Найти ОМП $\widehat{\theta}$ для параметра θ.
в) (5 баллов) Сравнить ОММ θ_1^* и ОМП $\widehat{\theta}$ в среднеквадратичном смысле.
г) (5 баллов) Сравнить ОММ θ_1^* и ОМП $\widehat{\theta}$ в асимптотическом смысле.

2. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют равномерное распределение на отрезке $[2\theta, 3\theta]$, где $\theta > 0$.

а) (4 балла) Найти ОМП $\widehat{\theta}$ для параметра θ.
б) (3 балла) Проверить асимптотическую нормальность ОМП $\widehat{\theta}$.

3. (5 баллов) Дана выборка из распределения Пуассона с параметром λ. Проверить несмещённость, состоятельность и асимптотическую нормальность ОММ для параметра $\theta = \sqrt{\lambda}$, полученной по первому моменту.

4*. (5 баллов) Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = 3\theta y^2 e^{-\theta y^3} \cdot \mathrm{I}(y > 0)$, где $\theta > 0$. Проверить, является ли оценка максимального правдоподобия асимптотически несмещённой оценкой для параметра θ.

ФИО студента								Номер группы
1а	1б	1в	1г	2а	2б	3	4	

---

1. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение $\mathsf{P}(X_1 = 1) = \mathsf{P}(X_1 = 2) = \frac{1}{2} - \theta$, $\mathsf{P}(X_1 = 0) = \mathsf{P}(X_1 = 4) = \theta$, где $0 < \theta < \frac{1}{2}$.

а) (3 балла) Найти ОММ θ_1^* для параметра θ по первому моменту.
б) (5 баллов) Найти ОМП $\widehat{\theta}$ для параметра θ.
в) (5 баллов) Сравнить ОММ θ_1^* и ОМП $\widehat{\theta}$ в среднеквадратичном смысле.
г) (5 баллов) Сравнить ОММ θ_1^* и ОМП $\widehat{\theta}$ в асимптотическом смысле.

2. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = e^{2y-\theta}$ при $y \leqslant \frac{\theta}{2}$, где $\theta \in \mathbb{R}$.

а) (4 балла) Найти ОМП $\widehat{\theta}$ для параметра θ.
б) (3 балла) Проверить асимптотическую нормальность ОМП $\widehat{\theta}$.

3. (5 баллов) Дана выборка из распределения Бернулли с параметром p. Проверить несмещённость, состоятельность и асимптотическую нормальность ОММ для параметра $\theta = p^3$, полученной по первому моменту.

4*. (5 баллов) Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = \theta y^{\theta-1} \cdot \mathrm{I}(y \in (0, 1))$, где $\theta > 1$. Проверить, является ли оценка максимального правдоподобия асимптотически несмещённой оценкой для параметра θ.

ФИО студента								Номер группы
1а	1б	1в	1г	2а	2б	3	4	

1. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение $\mathsf{P}(X_1 = 0) = \mathsf{P}(X_1 = 2) = \frac{1}{2} - \theta$, $\mathsf{P}(X_1 = 1) = \mathsf{P}(X_1 = 3) = \theta$, где $0 < \theta < \frac{1}{2}$.

а) (3 балла) Найти ОММ θ_1^* для параметра θ по первому моменту.
б) (5 баллов) Найти ОМП $\widehat{\theta}$ для параметра θ.
в) (5 баллов) Сравнить ОММ θ_1^* и ОМП $\widehat{\theta}$ в среднеквадратичном смысле.
г) (5 баллов) Сравнить ОММ θ_1^* и ОМП $\widehat{\theta}$ в асимптотическом смысле.

2. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют равномерное распределение на отрезке $[\theta - 1, 2\theta]$, где $\theta > -1$.

а) (4 балла) Найти ОМП $\widehat{\theta}$ для параметра θ.
б) (3 балла) Проверить асимптотическую нормальность ОМП $\widehat{\theta}$.

3. (5 баллов) Дана выборка из распределения Пуассона с параметром λ. Проверить несмещённость, состоятельность и асимптотическую нормальность ОММ для параметра $\theta = \lambda^4$, полученной по первому моменту.

4*. (5 баллов) Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = 4\theta y^3 e^{-\theta y^4} \cdot \mathrm{I}(y > 0)$, где $\theta > 0$. Проверить, является ли оценка максимального правдоподобия асимптотически несмещённой оценкой для параметра θ.

ФИО студента								Номер группы
1а	1б	1в	1г	2а	2б	3	4	

---

1. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение $\mathsf{P}(X_1 = 0) = \mathsf{P}(X_1 = 4) = \frac{1}{2} - \theta$, $\mathsf{P}(X_1 = 1) = \mathsf{P}(X_1 = 2) = \theta$, где $0 < \theta < \frac{1}{2}$.

а) (3 балла) Найти ОММ θ_1^* для параметра θ по первому моменту.
б) (5 баллов) Найти ОМП $\widehat{\theta}$ для параметра θ.
в) (5 баллов) Сравнить ОММ θ_1^* и ОМП $\widehat{\theta}$ в среднеквадратичном смысле.
г) (5 баллов) Сравнить ОММ θ_1^* и ОМП $\widehat{\theta}$ в асимптотическом смысле.

2. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = e^{3y-\theta}$ при $y \leqslant \frac{\theta}{3}$, где $\theta \in \mathbb{R}$.

а) (4 балла) Найти ОМП $\widehat{\theta}$ для параметра θ.
б) (3 балла) Проверить асимптотическую нормальность ОМП $\widehat{\theta}$.

3. (5 баллов) Дана выборка из распределения Бернулли с параметром p. Проверить несмещённость, состоятельность и асимптотическую нормальность ОММ для параметра $\theta = \sqrt{p}$, полученной по первому моменту.

4*. (5 баллов) Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = \theta y^{\theta-1} \cdot \mathrm{I}(y \in (0, 1))$, где $\theta > 1$. Проверить, является ли оценка максимального правдоподобия асимптотически несмещённой оценкой для параметра θ.

ФИО студента								Номер группы
1а	1б	1в	1г	2а	2б	3	4	

1. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение $\mathsf{P}(X_1 = 2) = \mathsf{P}(X_1 = 3) = \frac{1}{2} - \theta$, $\mathsf{P}(X_1 = 0) = \mathsf{P}(X_1 = 1) = \theta$, где $0 < \theta < \frac{1}{2}$.

а) (3 балла) Найти ОММ θ_1^* для параметра θ по первому моменту.
б) (5 баллов) Найти ОМП $\widehat{\theta}$ для параметра θ.
в) (5 баллов) Сравнить ОММ θ_1^* и ОМП $\widehat{\theta}$ в среднеквадратичном смысле.
г) (5 баллов) Сравнить ОММ θ_1^* и ОМП $\widehat{\theta}$ в асимптотическом смысле.

2. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют равномерное распределение на отрезке $[\theta + 1, 4\theta]$, где $\theta > \frac{1}{3}$.

а) (4 балла) Найти ОМП $\widehat{\theta}$ для параметра θ.
б) (3 балла) Проверить асимптотическую нормальность ОМП $\widehat{\theta}$.

3. (5 баллов) Дана выборка из распределения Пуассона с параметром λ. Проверить несмещённость, состоятельность и асимптотическую нормальность ОММ для параметра $\theta = \lambda^2$, полученной по первому моменту.

4*. (5 баллов) Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = 5\theta y^4 e^{-\theta y^5} \cdot \mathrm{I}(y > 0)$, где $\theta > 0$. Проверить, является ли оценка максимального правдоподобия асимптотически несмещённой оценкой для параметра θ.

ФИО студента								Номер группы
1а	1б	1в	1г	2а	2б	3	4	

---

1. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение $\mathsf{P}(X_1 = 0) = \mathsf{P}(X_1 = 1) = \frac{1}{2} - \theta$, $\mathsf{P}(X_1 = -2) = \mathsf{P}(X_1 = 4) = \theta$, где $0 < \theta < \frac{1}{2}$.

а) (3 балла) Найти ОММ θ_1^* для параметра θ по первому моменту.
б) (5 баллов) Найти ОМП $\widehat{\theta}$ для параметра θ.
в) (5 баллов) Сравнить ОММ θ_1^* и ОМП $\widehat{\theta}$ в среднеквадратичном смысле.
г) (5 баллов) Сравнить ОММ θ_1^* и ОМП $\widehat{\theta}$ в асимптотическом смысле.

2. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = e^{y-2\theta}$ при $y \leqslant 2\theta$, где $\theta \in \mathbb{R}$.

а) (4 балла) Найти ОМП $\widehat{\theta}$ для параметра θ.
б) (3 балла) Проверить асимптотическую нормальность ОМП $\widehat{\theta}$.

3. (5 баллов) Дана выборка из распределения Бернулли с параметром p. Проверить несмещённость, состоятельность и асимптотическую нормальность ОММ для параметра $\theta = p^4$, полученной по первому моменту.

4*. (5 баллов) Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = \theta y^{\theta-1} \cdot \mathrm{I}(y \in (0, 1))$, где $\theta > 1$. Проверить, является ли оценка максимального правдоподобия асимптотически несмещённой оценкой для параметра θ.

ФИО студента								Номер группы
1а	1б	1в	1г	2а	2б	3	4	