1. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из следующего распределения:

X_1	-2	-1	0	1	2
P	θ	θ	$1-4\theta$	θ	θ

где $0 < \theta < 1/4$.

а) Найти какую-нибудь ОММ θ_1^* для параметра θ.

б) Проверить несмещённость, состоятельность, асимптотическую нормальность θ_1^* (найти коэфф.).

в) Найти ОМП θ_2^* для параметра θ.

г) Проверить несмещённость, состоятельность, асимптотическую нормальность θ_2^* (найти коэфф.).

д) Сравнить θ_1^* и θ_2^* в среднеквадратичном смысле.

е) Сравнить θ_1^* и θ_2^* в асимптотическом смысле.

2. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из равномерного распределения на отрезке $[0, \tau]$, $\tau > 0$.

а) Для какого параметра $\theta = \theta(\tau)$ оценка $\theta^* = \ln(2\overline{X})$ будет АНО? Доказать и найти коэффициент.

б) Проверить несмещённость оценки θ^* для параметра θ.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из равномерного распределения на отрезке $[1, \theta+1]$, $\theta > 0$.

а) Найти ОМП для параметра θ.

б) Проверить асимптотическую нормальность ОМП.

в) Найти ОММ для параметра θ.

г) Сравнить полученные оценки в среднеквадратичном смысле.

4. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из показательного распределения с параметром α. Сравнить в асимптотическом смысле две оценки для медианы μ этого распределения: $\mu_1^* = \overline{X} \cdot \ln 2$ и $\mu_2^* = X_{([n/2])}$.

Фамилия студента													Номер группы
1а	1б	1в	1г	1д	1е	2а	2б	3а	3б	3в	3г	4	

Все пункты — по 0.5 балла, задача 4 — 1 балл.

---

1. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из следующего распределения:

X_1	-2	0	1
P	θ	$1-3\theta$	2θ

где $0 < \theta < 1/3$.

а) Найти какую-нибудь ОММ θ_1^* для параметра θ.

б) Проверить несмещённость, состоятельность, асимптотическую нормальность θ_1^* (найти коэфф.).

в) Найти ОМП θ_2^* для параметра θ.

г) Проверить несмещённость, состоятельность, асимптотическую нормальность θ_2^* (найти коэфф.).

д) Сравнить θ_1^* и θ_2^* в среднеквадратичном смысле.

е) Сравнить θ_1^* и θ_2^* в асимптотическом смысле.

2. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют показательное распределение с параметром $\alpha > 0$.

а) Для какого параметра $\theta = \theta(\alpha)$ оценка $\theta^* = -\ln \overline{X}$ будет АНО? Доказать и найти коэффициент.

б) Проверить несмещённость оценки θ^* для параметра θ.

3. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют равномерное распределение на отрезке $[2, \theta+2]$, $\theta > 0$.

а) Найти ОМП для параметра θ.

б) Проверить асимптотическую нормальность ОМП.

в) Найти ОММ для параметра θ.

г) Сравнить полученные оценки в среднеквадратичном смысле.

4. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из равномерного распределения на отрезке $[\theta, 3\theta]$. Сравнить в асимптотическом смысле две оценки для квантили τ уровня $1/3$ этого распределения: $\tau_1^* = \frac{5}{6}\overline{X}$ и $\tau_2^* = X_{([n/3])}$.

Фамилия студента													Номер группы
1а	1б	1в	1г	1д	1е	2а	2б	3а	3б	3в	3г	4	

Все пункты — по 0.5 балла, задача 4 — 1 балл.

1. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из следующего распределения:

X_1	-3	-1	0	1	3
P	θ	θ	$1-4\theta$	θ	θ

где $0 < \theta < 1/4$.

а) Найти какую-нибудь ОММ θ_1^* для параметра θ.

б) Проверить несмещённость, состоятельность, асимптотическую нормальность θ_1^* (найти коэфф.).

в) Найти ОМП θ_2^* для параметра θ.

г) Проверить несмещённость, состоятельность, асимптотическую нормальность θ_2^* (найти коэфф.).

д) Сравнить θ_1^* и θ_2^* в среднеквадратичном смысле.

е) Сравнить θ_1^* и θ_2^* в асимптотическом смысле.

2. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют биномиальное распределение с параметрами m и p.

а) Для какого параметра $\theta = \theta(m, p)$ оценка $\theta^* = e^{\overline{X}}$ будет АНО? Доказать и найти коэффициент.

б) Проверить несмещённость оценки θ^* для параметра θ.

3. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют равномерное распределение на отрезке $[3, \theta+3]$, $\theta > 0$.

а) Найти ОМП для параметра θ.

б) Проверить асимптотическую нормальность ОМП.

в) Найти ОММ для параметра θ.

г) Сравнить полученные оценки в среднеквадратичном смысле.

4. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из «отрицательного показательного» распределения с функцией распределения $F(y) = e^{\alpha y}$, $y < 0$, $\alpha > 0$. Сравнить в асимптотическом смысле две оценки для медианы μ этого распределения: $\mu_1^* = \overline{X} \cdot \ln 2$ и $\mu_2^* = X_{([n/2])}$.

Фамилия студента													Номер группы
1а	1б	1в	1г	1д	1е	2а	2б	3а	3б	3в	3г	4	

Все пункты — по 0.5 балла, задача 4 — 1 балл.

---

1. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из следующего распределения:

X_1	-1	0	3
P	3θ	$1-4\theta$	θ

где $0 < \theta < 1/4$.

а) Найти какую-нибудь ОММ θ_1^* для параметра θ.

б) Проверить несмещённость, состоятельность, асимптотическую нормальность θ_1^* (найти коэфф.).

в) Найти ОМП θ_2^* для параметра θ.

г) Проверить несмещённость, состоятельность, асимптотическую нормальность θ_2^* (найти коэфф.).

д) Сравнить θ_1^* и θ_2^* в среднеквадратичном смысле.

е) Сравнить θ_1^* и θ_2^* в асимптотическом смысле.

2. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют равномерное распределение на отрезке $[\tau/2,\ \tau]$, $\tau > 0$.

а) Для какого параметра $\theta = \theta(\tau)$ оценка $\theta^* = \ln(4\overline{X}/3)$ будет АНО? Доказать и найти коэффициент.

б) Проверить несмещённость оценки θ^* для параметра θ.

3. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют равномерное распределение на отрезке $[-1, \theta-1]$, $\theta > 0$.

а) Найти ОМП для параметра θ.

б) Проверить асимптотическую нормальность ОМП.

в) Найти ОММ для параметра θ.

г) Сравнить полученные оценки в среднеквадратичном смысле.

4. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из равномерного распределения на отрезке $[0, 3\theta]$. Сравнить в асимптотическом смысле две оценки для квантили τ уровня $1/3$ этого распределения: $\tau_1^* = \frac{2}{3}\overline{X}$ и $\tau_2^* = X_{([n/3])}$.

Фамилия студента													Номер группы
1а	1б	1в	1г	1д	1е	2а	2б	3а	3б	3в	3г	4	

Все пункты — по 0.5 балла, задача 4 — 1 балл.