1. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение $\mathsf{P}(X_1 = -2) = \theta$, $\mathsf{P}(X_1 = 0) = 1 - 2\theta$, $\mathsf{P}(X_1 = 3) = \theta$, где $\theta \in [0, 1/2]$. Найти ОММ для параметра θ с помощью функции $g(y) = y^3$, проверить её несмещённость, состоятельность, асимптотическую нормальность.

2. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют показательное распределение с параметром α. Найти ОМП для параметра α, проверить её несмещённость.

3. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_{2n-1}$ объёма $2n - 1 \geqslant 3$ имеют распределение Бернулли с параметром $p \in (0, 1)$. Сравнить в среднеквадратическом смысле следующие оценки параметра p:

$$p_1^* = (X_1 + X_3 + \ldots + X_{2n-1}) \,/\, n \quad \text{и} \quad p_2^* = (X_1 + X_n) \,/\, 2.$$

3'. В условиях предыдущей задачи проверить состоятельность обеих оценок.

4. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют нормальное распределение $\mathbf{N}_{\theta,1}$, где $\theta \neq 0$. Является ли оценка $e^{-(\overline{X})^2}$ асимптотически нормальной оценкой для параметра $e^{-\theta^2}$? Если «да», найти коэффициент.

5. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют равномерное распределение на отрезке $[-\theta, 2\theta]$, где $\theta > 0$. Найти ОМП для параметра θ и проверить её асимптотическую нормальность.

6. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение Пуассона с параметром $\lambda > 0$. Проверить, является ли оценка $\theta^* = \overline{X} e^{-\overline{X}}$ асимптотически несмещённой оценкой для параметра $\theta = \mathsf{P}(X_1 = 1)$, т. е. стремится ли её смещение к нулю при $n \to \infty$.

ФИО												Группа
1а	1б	1в	1г	2а	2б	3	3'	4	5а	5б	6	

---

1. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение $\mathsf{P}(X_1 = 0) = \theta$, $\mathsf{P}(X_1 = -1) = 1 - 3\theta$, $\mathsf{P}(X_1 = 2) = 2\theta$, где $\theta \in [0, 1/3]$. Найти ОММ для параметра θ с помощью функции $g(y) = y^4$, проверить её несмещённость, состоятельность, асимптотическую нормальность.

2. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют нормальное распределение $\mathbf{N}_{\theta^2,1}$, где $\theta > 0$. Найти ОМП для параметра θ, проверить её несмещённость.

3. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_{2n}$ объёма $2n \geqslant 4$ имеют биномиальное распределение с параметрами $m = 10$ и $p \in (0, 1)$. Сравнить в среднеквадратическом смысле следующие оценки параметра p:

$$p_1^* = \sum_{k=1}^{n} X_{2k} \,/\, 10n \quad \text{и} \quad p_2^* = (X_{n-1} + X_n) \,/\, 20.$$

3'. В условиях предыдущей задачи проверить состоятельность обеих оценок.

4. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют показательное распределение с параметром α. Является ли оценка $e^{1/\overline{X}}$ асимптотически нормальной оценкой для параметра e^{α}? Если «да», найти коэффициент.

5. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют равномерное распределение на отрезке $[-\theta, 3\theta]$, где $\theta > 0$. Найти ОМП для параметра θ и проверить её асимптотическую нормальность.

6. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют показательное распределение с параметром $\alpha > 0$. Проверить, является ли оценка $\theta^* = \dfrac{1}{\overline{X}} e^{-\overline{X}}$ асимптотически несмещённой оценкой для параметра $\theta = \alpha e^{-1/\alpha}$, т. е. стремится ли её смещение к нулю при $n \to \infty$.

ФИО												Группа
1а	1б	1в	1г	2а	2б	3	3'	4	5а	5б	6	

1. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение $\mathsf{P}(X_1 = -1) = \mathsf{P}(X_1 = 0) = \mathsf{P}(X_1 = 2) = \theta$, $\mathsf{P}(X_1 = 1) = 1 - 3\theta$, где $\theta \in [0, 1/3]$. Найти ОММ для параметра θ с помощью функции $g(y) = y^2$, проверить её несмещённость, состоятельность, асимптотическую нормальность.

2. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют показательное распределение с параметром $\alpha = 1/\theta^2$, где $\theta > 0$. Найти ОМП для параметра θ, проверить её несмещённость.

3. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_{2n}$ объёма $2n \geqslant 4$ имеют нормальное распределение с параметрами $a \in \mathbb{R}$ и $\sigma^2 = 4$. Сравнить в среднеквадратическом смысле следующие оценки параметра a:

$$a_1^* = (X_2 + X_4 + \ldots + X_{2n})\,/\,n \quad \text{и} \quad a_2^* = (X_n + X_{2n})\,/\,2.$$

3'. В условиях предыдущей задачи проверить состоятельность обеих оценок.

4. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение Бернулли с параметром $p \in (0, 1)$. Является ли оценка $e^{-(\overline{X})^3}$ асимптотически нормальной оценкой для параметра e^{-p^3}? Если «да», найти коэффициент.

5. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют равномерное распределение на отрезке $[-2\theta, \theta]$, где $\theta > 0$. Найти ОМП для параметра θ и проверить её асимптотическую нормальность.

6. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение Пуассона с параметром $\lambda > 0$. Проверить, является ли оценка $\theta^* = \overline{X}e^{-\overline{X}}$ асимптотически несмещённой оценкой для параметра $\theta = \mathsf{P}(X_1 = 1)$, т. е. стремится ли её смещение к нулю при $n \to \infty$.

ФИО												Группа
1а	1б	1в	1г	2а	2б	3	3'	4	5а	5б	6	

---

1. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение $\mathsf{P}(X_1 = 0) = \mathsf{P}(X_1 = 1) = 2\theta$, $\mathsf{P}(X_1 = -1) = 1 - 4\theta$, где $\theta \in [0, 1/4]$. Найти ОММ для параметра θ с помощью функции $g(y) = y^5$, проверить её несмещённость, состоятельность, асимптотическую нормальность.

2. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют биномиальное распределение $B_{5,\,\theta^2}$ с параметрами 5, $p = \theta^2$, где $\theta > 0$. Найти ОМП для параметра θ, проверить её несмещённость.

3. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_{2n-1}$ объёма $2n - 1 \geqslant 7$ имеют распределение Пуассона с параметром λ. Сравнить в среднеквадратическом смысле следующие оценки параметра λ:

$$\lambda_1^* = \sum_{k=1}^{n} X_{2k-1}/n \quad \text{и} \quad \lambda_2^* = (X_1 + X_2 + X_{n-1} + X_n)\,/\,4.$$

3'. В условиях предыдущей задачи проверить состоятельность обеих оценок.

4. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют нормальное распределение $\mathbf{N}_{\theta,\,1}$, где $\theta \in \mathbb{R}$. Является ли оценка $\overline{X}e^{(\overline{X})^2}$ асимптотически нормальной оценкой для параметра θe^{θ^2}? Если «да», найти коэффициент.

5. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют равномерное распределение на отрезке $[-2\theta, 3\theta]$, где $\theta > 0$. Найти ОМП для параметра θ и проверить её асимптотическую нормальность.

6. Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют показательное распределение с параметром $\alpha > 0$. Проверить, является ли оценка $\theta^* = \dfrac{1}{\overline{X}}e^{-\overline{X}}$ асимптотически несмещённой оценкой для параметра $\theta = \alpha\, e^{-1/\alpha}$, т. е. стремится ли её смещение к нулю при $n \to \infty$.

ФИО												Группа
1а	1б	1в	1г	2а	2б	3	3'	4	5а	5б	6	