

1. Дана выборка X_1, \dots, X_n из следующего распределения:

$$P(X_1 = 0) = P(X_1 = 1) = \theta, \quad P(X_1 = 2) = 1 - 2\theta, \quad \text{где } 0 < \theta < 1/2.$$

- Найти ОММ θ_1^* для параметра θ по первому моменту, проверить её несмещённость и состоятельность.
 - Найти ОММ θ_2^* для параметра θ по функции $g(y) = I(y = 2)$, проверить её несмещённость и состоятельность.
 - Сравнить θ_1^* и θ_2^* в среднеквадратичном смысле.
 - Проверить асимптотическую нормальность θ_1^* и θ_2^* , найти коэффициенты асимпт. нормальности.
 - Найти ОМП для параметра θ .
2. Пусть элементы выборки X_1, \dots, X_n имеют равномерное распределение на отрезке $[0, \tau]$, $\tau > 0$.
- Для какого параметра $\theta = \theta(\tau)$ оценка $\theta^* = \ln(2\bar{X})$ будет АНО? Найти коэффициент.
 - Проверить несмещённость оценки θ^* для параметра θ .
3. Пусть элементы выборки X_1, \dots, X_n имеют равномерное распределение на отрезке $[1, \theta + 1]$, $\theta > 0$.
- Найти оценку максимального правдоподобия для параметра θ .
 - Проверить асимптотическую нормальность полученной оценки.
 - Проверить состоятельность полученной оценки.
4. Пусть элементы выборки X_1, \dots, X_n имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = \theta y^{\theta-1} \cdot I(y \in (0, 1))$, где $\theta > 1$. Проверить, является ли оценка максимального правдоподобия асимптотически несмещённой оценкой для параметра θ .

Фамилия студента											Номер группы
1а	1б	1в	1г	1д	2а	2б	3а	3б	3в	4	

Все пункты — по 0.5 балла. Полное решение задачи 4 оценивается 2 баллами (частичное — нулём).

1. Дана выборка X_1, \dots, X_n из следующего распределения:

$$P(X_1 = 0) = \theta, \quad P(X_1 = 1) = 1 - 3\theta, \quad P(X_1 = 2) = 2\theta, \quad \text{где } 0 < \theta < 1/3.$$

- Найти ОММ θ_1^* для параметра θ по первому моменту, проверить её несмещённость и состоятельность.
 - Найти ОММ θ_2^* для параметра θ по функции $g(y) = I(y = 1)$, проверить её несмещённость и состоятельность.
 - Сравнить θ_1^* и θ_2^* в среднеквадратичном смысле.
 - Проверить асимптотическую нормальность θ_1^* и θ_2^* , найти коэффициенты асимпт. нормальности.
 - Найти ОМП для параметра θ .
2. Пусть элементы выборки X_1, \dots, X_n имеют показательное распределение с параметром $\alpha > 0$.
- Для какого параметра $\theta = \theta(\alpha)$ оценка $\theta^* = -\ln \bar{X}$ будет АНО? Найти коэффициент.
 - Проверить несмещённость оценки θ^* для параметра θ .
3. Пусть элементы выборки X_1, \dots, X_n имеют равномерное распределение на отрезке $[2, \theta + 2]$, $\theta > 0$.
- Найти оценку максимального правдоподобия для параметра θ .
 - Проверить асимптотическую нормальность полученной оценки.
 - Проверить состоятельность полученной оценки.
4. Пусть элементы выборки X_1, \dots, X_n имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = 3\theta y^2 e^{-\theta y^3} \cdot I(y > 0)$, где $\theta > 0$. Проверить, является ли оценка максимального правдоподобия асимптотически несмещённой оценкой для параметра θ .

Фамилия студента											Номер группы
1а	1б	1в	1г	1д	2а	2б	3а	3б	3в	4	

Все пункты — по 0.5 балла. Полное решение задачи 4 оценивается 2 баллами (частичное — нулём).

1. Дана выборка X_1, \dots, X_n из следующего распределения:

$$P(X_1 = 2) = P(X_1 = 3) = \theta, \quad P(X_1 = 1) = 1 - 2\theta, \quad \text{где } 0 < \theta < 1/2.$$

- Найти ОММ θ_1^* для параметра θ по первому моменту, проверить её несмещённость и состоятельность.
 - Найти ОММ θ_2^* для параметра θ по функции $g(y) = I(y = 1)$, проверить её несмещённость и состоятельность.
 - Сравнить θ_1^* и θ_2^* в среднеквадратичном смысле.
 - Проверить асимптотическую нормальность θ_1^* и θ_2^* , найти коэффициенты асимпт. нормальности.
 - Найти ОМП для параметра θ .
2. Пусть элементы выборки X_1, \dots, X_n имеют биномиальное распределение с параметрами m и p .
- Для какого параметра $\theta = \theta(m, p)$ оценка $\theta^* = e^{\bar{X}}$ будет АНО? Найти коэффициент.
 - Проверить несмещённость оценки θ^* для параметра θ .
3. Пусть элементы выборки X_1, \dots, X_n имеют равномерное распределение на отрезке $[3, \theta + 3]$, $\theta > 0$.
- Найти оценку максимального правдоподобия для параметра θ .
 - Проверить асимптотическую нормальность полученной оценки.
 - Проверить состоятельность полученной оценки.
4. Пусть элементы выборки X_1, \dots, X_n имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = \theta y^{\theta-1} \cdot I(y \in (0, 1))$, где $\theta > 1$. Проверить, является ли оценка максимального правдоподобия асимптотически несмещённой оценкой для параметра θ .

Фамилия студента											Номер группы
1а	1б	1в	1г	1д	2а	2б	3а	3б	3в	4	

Все пункты — по 0.5 балла. Полное решение задачи 4 оценивается 2 баллами (частичное — нулём).

1. Дана выборка X_1, \dots, X_n из следующего распределения:

$$P(X_1 = -1) = \theta, \quad P(X_1 = 1) = 1 - 3\theta, \quad P(X_1 = 0) = 2\theta, \quad \text{где } 0 < \theta < 1/3.$$

- Найти ОММ θ_1^* для параметра θ по первому моменту, проверить её несмещённость и состоятельность.
 - Найти ОММ θ_2^* для параметра θ по функции $g(y) = I(y = 1)$, проверить её несмещённость и состоятельность.
 - Сравнить θ_1^* и θ_2^* в среднеквадратичном смысле.
 - Проверить асимптотическую нормальность θ_1^* и θ_2^* , найти коэффициенты асимпт. нормальности.
 - Найти ОМП для параметра θ .
2. Пусть элементы выборки X_1, \dots, X_n имеют равномерное распределение на отрезке $[\tau/2, \tau]$, $\tau > 0$.
- Для какого параметра $\theta = \theta(\tau)$ оценка $\theta^* = \ln(4\bar{X}/3)$ будет АНО? Найти коэффициент.
 - Проверить несмещённость оценки θ^* для параметра θ .
3. Пусть элементы выборки X_1, \dots, X_n имеют равномерное распределение на отрезке $[4, \theta + 4]$, $\theta > 0$.
- Найти оценку максимального правдоподобия для параметра θ .
 - Проверить асимптотическую нормальность полученной оценки.
 - Проверить состоятельность полученной оценки.
4. Пусть элементы выборки X_1, \dots, X_n имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = 4\theta y^3 e^{-\theta y^4} \cdot I(y > 0)$, где $\theta > 0$. Проверить, является ли оценка максимального правдоподобия асимптотически несмещённой оценкой для параметра θ .

Фамилия студента											Номер группы
1а	1б	1в	1г	1д	2а	2б	3а	3б	3в	4	

Все пункты — по 0.5 балла. Полное решение задачи 4 оценивается 2 баллами (частичное — нулём).

1. Дана выборка X_1, \dots, X_n из следующего распределения:

$$P(X_1 = 0) = P(X_1 = 3) = \theta, \quad P(X_1 = 2) = 1 - 2\theta, \quad \text{где } 0 < \theta < 1/2.$$

- Найти ОММ θ_1^* для параметра θ по первому моменту, проверить её несмещённость и состоятельность.
 - Найти ОММ θ_2^* для параметра θ по функции $g(y) = I(y = 2)$, проверить её несмещённость и состоятельность.
 - Сравнить θ_1^* и θ_2^* в среднеквадратичном смысле.
 - Проверить асимптотическую нормальность θ_1^* и θ_2^* , найти коэффициенты асимпт. нормальности.
 - Найти ОМП для параметра θ .
2. Пусть элементы выборки X_1, \dots, X_n имеют нормальное распределение с параметрами $a = 0$ и σ^2 .
- Для какого параметра $\theta = \theta(\sigma^2)$ оценка $\theta^* = e^{\bar{X}^2}$ будет АНО? Найти коэффициент.
 - Проверить несмещённость оценки θ^* для параметра θ .
3. Пусть элементы выборки X_1, \dots, X_n имеют равномерное распределение на отрезке $[5, \theta + 5]$, $\theta > 0$.
- Найти оценку максимального правдоподобия для параметра θ .
 - Проверить асимптотическую нормальность полученной оценки.
 - Проверить состоятельность полученной оценки.
4. Пусть элементы выборки X_1, \dots, X_n имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = \theta y^{\theta-1} \cdot I(y \in (0, 1))$, где $\theta > 1$. Проверить, является ли оценка максимального правдоподобия асимптотически несмещённой оценкой для параметра θ .

Фамилия студента											Номер группы
1а	1б	1в	1г	1д	2а	2б	3а	3б	3в	4	

Все пункты — по 0.5 балла. Полное решение задачи 4 оценивается 2 баллами (частичное — нулём).

1. Дана выборка X_1, \dots, X_n из следующего распределения:

$$P(X_1 = 0) = \theta, \quad P(X_1 = -1) = 1 - 3\theta, \quad P(X_1 = 2) = 2\theta, \quad \text{где } 0 < \theta < 1/3.$$

- Найти ОММ θ_1^* для параметра θ по первому моменту, проверить её несмещённость и состоятельность.
 - Найти ОММ θ_2^* для параметра θ по функции $g(y) = I(y = -1)$, проверить её несмещённость и состоятельность.
 - Сравнить θ_1^* и θ_2^* в среднеквадратичном смысле.
 - Проверить асимптотическую нормальность θ_1^* и θ_2^* , найти коэффициенты асимпт. нормальности.
 - Найти ОМП для параметра θ .
2. Пусть элементы выборки X_1, \dots, X_n имеют равномерное распределение на отрезке $[\tau, 2\tau]$, $\tau > 0$.
- Для какого параметра $\theta = \theta(\tau)$ оценка $\theta^* = \ln(2\bar{X}/3)$ будет АНО? Найти коэффициент.
 - Проверить несмещённость оценки θ^* для параметра θ .
3. Пусть элементы выборки X_1, \dots, X_n имеют равномерное распределение на отрезке $[6, \theta + 6]$, $\theta > 0$.
- Найти оценку максимального правдоподобия для параметра θ .
 - Проверить асимптотическую нормальность полученной оценки.
 - Проверить состоятельность полученной оценки.
4. Пусть элементы выборки X_1, \dots, X_n имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = 5\theta y^4 e^{-\theta y^5} \cdot I(y > 0)$, где $\theta > 0$. Проверить, является ли оценка максимального правдоподобия асимптотически несмещённой оценкой для параметра θ .

Фамилия студента											Номер группы
1а	1б	1в	1г	1д	2а	2б	3а	3б	3в	4	

Все пункты — по 0.5 балла. Полное решение задачи 4 оценивается 2 баллами (частичное — нулём).