1. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение $\mathsf{P}_\theta(X_1 = -2) = \theta$, $\mathsf{P}_\theta(X_1 = 0) = 1 - 2\theta$, $\mathsf{P}_\theta(X_1 = 3) = \theta$, где $\theta \in [0, 1/2]$.
а) Найти оценку метода моментов для параметра θ с помощью функции $g(y) = y^3$.
б) Проверить несмещенность и состоятельность полученной оценки.

2. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют показательное распределение с параметром α.
а) Найти оценку максимального правдоподобия для параметра α.
б) Проверить несмещенность и состоятельность полученной оценки.

3. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_{2n-1}$ объема $2n - 1 \geqslant 3$ имеют распределение Бернулли с параметром $p \in (0, 1)$.
а) Сравнить в среднеквадратическом смысле следующие оценки параметра p:
$$p_1^* = (X_1 + X_3 + \ldots + X_{2n-1}) / n \quad \text{и} \quad p_2^* = (X_1 + X_n) / 2.$$
б) Проверить, будут ли эти оценки несмещенными и состоятельными оценками параметра p.

4. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют нормальное распределение с параметрами a и 1. Является ли оценка $e^{-\overline{X}}$ асимптотически нормальной оценкой для параметра e^{-a}? Если «да», то с каким коэффициентом?

5. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют равномерное распределение на отрезке $[-\theta, 2\theta]$, где $\theta > 0$. Найти оценку максимального правдоподобия для параметра θ.

6. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение Пуассона с параметром $\lambda > 0$. Проверить, является ли оценка $\theta^* = \overline{X} e^{-\overline{X}}$ асимптотически несмещенной оценкой для параметра $\theta = \mathsf{P}_\lambda(X_1 = 1)$.

Фамилия студента									Номер группы
1а	1б	2а	2б	3а	3б	4	5	6	

---

1. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение $\mathsf{P}_\theta(X_1 = 0) = \theta$, $\mathsf{P}_\theta(X_1 = -1) = 1 - 3\theta$, $\mathsf{P}_\theta(X_1 = 2) = 2\theta$, где $\theta \in [0, 1/3]$.
а) Найти оценку метода моментов для параметра θ с помощью функции $g(y) = y^4$.
б) Проверить несмещенность и состоятельность полученной оценки.

2. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют нормальное распределение $\mathbf{N}_{\sqrt{a},\,1}$, где $a > 0$.
а) Найти оценку максимального правдоподобия для параметра a.
б) Проверить несмещенность и состоятельность полученной оценки.

3. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ объема $n \geqslant 2$ имеют биномиальное распределение с параметрами $m = 10$ и $p \in (0, 1)$.
а) Сравнить в среднеквадратическом смысле следующие оценки параметра p:
$$p_1^* = \overline{X} / 10 \quad \text{и} \quad p_2^* = (X_{n-1} + X_n) / 20.$$
б) Проверить, будут ли эти оценки несмещенными и состоятельными оценками параметра p.

4. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют показательное распределение с параметром α. Является ли оценка $e^{\overline{X}}$ асимптотически нормальной оценкой для параметра $e^{1/\alpha}$? Если «да», то с каким коэффициентом?

5. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют равномерное распределение на отрезке $[-\theta, 3\theta]$, где $\theta > 0$. Найти оценку максимального правдоподобия для параметра θ.

6. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют показательное распределение с параметром $\alpha > 0$. Является ли оценка $\theta^* = \overline{X} e^{-\overline{X}}$ асимптотически несмещенной оценкой для параметра $\theta = \dfrac{1}{\alpha} e^{-1/\alpha}$?

Фамилия студента									Номер группы
1а	1б	2а	2б	3а	3б	4	5	6	

1. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение $\mathsf{P}_\theta(X_1 = -1) = \theta$, $\mathsf{P}_\theta(X_1 = 0) = \theta$, $\mathsf{P}_\theta(X_1 = 1) = 1 - 3\theta$, $\mathsf{P}_\theta(X_1 = 2) = \theta$, где $\theta \in [0, 1/3]$.
а) Найти оценку метода моментов для параметра θ с помощью функции $g(y) = y^2$.
б) Проверить несмещенность и состоятельность полученной оценки.

2. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют показательное распределение $\mathbf{E}_{1/\sqrt{\alpha}}$ с параметром $1/\sqrt{\alpha}$.
а) Найти оценку максимального правдоподобия для параметра α.
б) Проверить несмещенность и состоятельность полученной оценки.

3. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_{2n}$ объема $2n$, где $n \geqslant 2$, имеют нормальное распределение с параметрами $a \in \mathbb{R}$ и $\sigma^2 = 4$.
а) Сравнить в среднеквадратическом смысле следующие оценки параметра a:
$$a_1^* = (X_2 + X_4 + \ldots + X_{2n}) / n \quad \text{и} \quad a_2^* = (X_n + X_{2n}) / 2.$$
б) Проверить, будут ли эти оценки несмещенными и состоятельными оценками параметра a.

4. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение Бернулли с параметром p. Является ли оценка $e^{-\overline{X}}$ асимптотически нормальной оценкой для параметра e^{-p}? Если «да», то с каким коэффициентом?

5. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют равномерное распределение на отрезке $[-2\theta, \theta]$, где $\theta > 0$. Найти оценку максимального правдоподобия для параметра θ.

6. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение Пуассона с параметром $\lambda > 0$. Проверить, является ли оценка $\theta^* = \overline{X} e^{-\overline{X}}$ асимптотически несмещенной оценкой для параметра $\theta = \mathsf{P}_\lambda(X_1 = 1)$.

Фамилия студента									Номер группы
1а	1б	2а	2б	3а	3б	4	5	6	

---

1. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение $\mathsf{P}_\theta(X_1 = 0) = 2\theta$, $\mathsf{P}_\theta(X_1 = -1) = 1 - 4\theta$, $\mathsf{P}_\theta(X_1 = 1) = 2\theta$, где $\theta \in [0, 1/4]$.
а) Найти оценку метода моментов для параметра θ с помощью функции $g(y) = y^5$.
б) Проверить несмещенность и состоятельность полученной оценки.

2. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют биномиальное распределение $B_{5,\sqrt{p}}$ с параметрами 5, $\sqrt{p}$.
а) Найти оценку максимального правдоподобия для параметра p.
б) Проверить несмещенность и состоятельность полученной оценки.

3. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ объема $n \geqslant 4$ имеют распределение Пуассона с параметром λ.
а) Сравнить в среднеквадратическом смысле следующие оценки параметра λ:
$$\lambda_1^* = \overline{X} \quad \text{и} \quad \lambda_2^* = (X_1 + X_2 + X_{n-1} + X_n) / 4.$$
б) Проверить, будут ли эти оценки несмещенными и состоятельными оценками параметра λ.

4. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют нормальное распределение с параметрами a и 1. Является ли оценка $e^{-2\overline{X}}$ асимптотически нормальной оценкой для параметра e^{-2a}? Если «да», то с каким коэффициентом?

5. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют равномерное распределение на отрезке $[-2\theta, 3\theta]$, где $\theta > 0$. Найти оценку максимального правдоподобия для параметра θ.

6. Пусть элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют показательное распределение с параметром $\alpha > 0$. Является ли оценка $\theta^* = \overline{X} e^{-\overline{X}}$ асимптотически несмещенной оценкой для параметра $\theta = \dfrac{1}{\alpha} e^{-1/\alpha}$?

Фамилия студента									Номер группы
1а	1б	2а	2б	3а	3б	4	5	6	