

Вариант 1

1. В урне n шаров с номерами от 1 до n . Проводят извлечения по одному без возвращения. а) Какова вероятность, что при k первых извлечениях номера шаров образуют возрастающую последовательность? б) Тот же вопрос, если извлечения производятся с возвращением.

2. На окружности наудачу выбраны две точки A, B . Найти вероятность того, что хорда AB удалена от центра на расстояние, большее половины радиуса.

3. Вероятность того, что в справочное бюро в течение часа обратятся k человек, равна $\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$ при некотором $\lambda > 0$. Для каждого обратившегося вероятность отказа равна p . Найти вероятность того, что в течение часа ни один человек не получит отказа.

4.1. Пусть A и B — независимые события. Доказать, что если $A \cup B$ и $A \cap B$ независимы, то либо $\mathbf{P}(A) = 1$, либо $\mathbf{P}(B) = 1$, либо $\mathbf{P}(A) = 0$, либо $\mathbf{P}(B) = 0$.

4.2. Восстановить цепочку доказательства и сформулировать результат:

$$\dots = \mathbf{P}(A \cdot \bigcup_k H_k) = \dots = \sum_k \mathbf{P}(H_k) \mathbf{P}(A | H_k)$$

Вариант 2

1. Общество, состоящее из 5 мужчин и 10 женщин, делится случайным образом на 5 групп по 3 человека в каждой. Найти вероятность того, что в каждой группе будет мужчина.

2. В круг вписан квадрат. Найти вероятность того, что из пяти точек, брошенных наудачу в круг, одна окажется внутри квадрата, и по одной точке попадет на каждый сегмент.

3. В урне первоначально находилось N белых и M черных шаров. Один шар потерян, и цвет его неизвестен. Из урны без возвращения извлечены 2 шара, и оба оказались белыми. Определить вероятность того, что потерян белый шар.

4.1. Подбрасываются три игральные кости. Событие A состоит в том, что одинаковое число очков выпало на первой и второй костях, событие B — одинаковое число очков на второй и третьей костях, событие C — на первой и третьей. Будут ли события A, B, C

а) попарно независимы? б) независимы в совокупности?

4.2. Восстановить цепочку доказательства и сформулировать результат:

$$\dots = 1 - \mathbf{P}\{\overline{A_1 + A_2 + \dots + A_n}\} = \dots = 1 - (1 - p_1)(1 - p_2) \dots (1 - p_n)$$