

1. На окружности лежат 10 точек ($A, B, C, D, E, F, G, H, K, L$), любые две из которых соединены хордой. Из этих хорд наугад выбирают одну.
 - а) Найти вероятность того, что будет выбрана хорда, соединяющая точки A и B .
 - б) Найти вероятность того, что будет выбрана хорда, проходящая через точку A или через точку B .
 2. Точка с координатой ξ наудачу выбрана на отрезке $[0, 1]$, и независимо от неё точка с координатой η наудачу выбрана на отрезке $[0, 2]$. Найти вероятность события $\{\xi + 2\eta > 2\}$.
 3. Сколько раз нужно подбросить три симметричные монеты, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,8, хотя бы раз выпали два герба и одна решка?
 4. Четверть стрелков одета в фуражки, каждый из них попадает в цель в 80% случаев, остальные одеты в кепки и попадают в цель в 50% случаев. Выбранный наугад стрелок выстрелил и попал. Что вероятнее: он одет в кепку или в фуражку?
 5. Вероятность того, что деталь, изготовленная на первом станке, будет первосортной, равна 0,7. При изготовлении такой же детали на втором станке эта вероятность равна 0,8. На первом станке изготовлены две детали, на втором три. Найти вероятность того, что ровно одна изготовленная деталь первосортна.
 - 6.* Пусть события A_1, A_2, \dots, A_n независимы в совокупности. Доказать, что события $\overline{A_1}, A_2, \dots, A_n$ также независимы в совокупности.
-

1. Из букв слова ФУТБОЛ, составленного с помощью разрезной азбуки, извлекаются наудачу и выкладываются друг за другом в порядке извлечения 4 буквы.
 - а) Найти вероятность того, что получится слово БОЛТ.
 - б) Найти вероятность того, что полученное слово будет начинаться на БО или заканчиваться на ЛТ.
 2. Точка с координатой ξ наудачу выбрана на отрезке $[0, 2]$, и независимо от неё точка с координатой η наудачу выбрана на отрезке $[0, 1]$. Найти вероятность события $\{\xi - 2\eta < 2\}$.
 3. Пару игральные кости бросают 10 раз. Найти вероятность того, что сумма очков, равная 11, появится не более трёх раз.
 4. В группе две трети студентов — юноши. Вероятность опоздать на занятия для юноши равна 0,1, для девушки — 0,3. Наугад выбранный из списка студент опоздал на занятия. Что вероятнее: это юноша или девушка?
 5. Вася просыпает первую пару с вероятностью 0,3, Петя — с вероятностью 0,7, и Вова — с вероятностью 0,4, причём все эти события независимы. С какой вероятностью только один из друзей придёт на первую пару?
 - 6.* На отрезок $[0, 1]$ наудачу и независимо друг от друга бросаются 6 точек с координатами ξ_1, \dots, ξ_6 . Доказать, что события $\{\min(\xi_1, \dots, \xi_6) > 1/2\}$ и $\{\max(\xi_1, \dots, \xi_6) < 3/4\}$ зависимы.
-

1. Из коробки, в которой находится 3 красных, 4 чёрных и 5 синих карандашей, выпало 3 карандаша.
 - а) Найти вероятность того, что выпали 3 чёрных карандаша.
 - б) Найти вероятность того, что среди выпавших карандашей нет красных или нет синих.
2. Точка с координатой ξ наудачу выбрана на отрезке $[1, 2]$, и независимо от неё точка с координатой η наудачу выбрана на отрезке $[0, 2]$. Найти вероятность события $\{2\xi - \eta > 2\}$.
3. Биатлонист при одном выстреле попадает в мишень с вероятностью 0,9. Он делает 7 серий по 5 выстрелов. Найти вероятность того, что ровно в одной серии из семи он поразит все пять мишеней.
4. В пирамиде 10 винтовок, из которых 4 снабжены оптическим прицелом. Вероятность поразить мишень из винтовки с оптическим прицелом равна 0,95; из винтовки без оптического прицела — 0,8. Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Что вероятнее: он стрелял из винтовки с оптическим прицелом или без него?
5. Вероятность того, что деталь, изготовленная на первом станке, будет первосортной, равна 0,8. При изготовлении такой же детали на втором станке эта вероятность равна 0,6. На каждом станке изготовлено по две детали. Найти вероятность того, что ровно две изготовленных детали первосортны.
- 6.* Построить два различных вероятностных пространства $\langle \Omega, \mathcal{F}_1, P_1 \rangle$ и $\langle \Omega, \mathcal{F}_2, P_2 \rangle$, если $\Omega = \mathbb{Z}$ (множество целых чисел).

1. Число выбирается наугад из всех пятизначных чисел, состоящих из цифр 1, 2, 3.
 - а) Найти вероятность того, что будет выбрано число 12312.
 - б) Найти вероятность того, что выбранное число будет начинаться на 123 или заканчиваться на 12.
 2. Точка с координатой ξ наудачу выбрана на отрезке $[0, 2]$, и независимо от неё точка с координатой η наудачу выбрана на отрезке $[2, 3]$. Найти вероятность события $\{2\xi + \eta > 3\}$.
 3. В коробке 5 шаров — 2 белых и 3 чёрных. Из коробки 6 раз вынимается пара шаров, которая тут же возвращается обратно. Найти вероятность того, что не более двух раз появится пара чёрных шаров.
 4. Группа из 25 студентов, среди которых 12 хорошистов и 5 отличников, сдаёт экзамен. Хорошист может с равной вероятностью получить «4» или «5», отличник обязательно получит «5», остальные студенты не могут получить «5». Наугад выбранный студент получил «5». Что вероятнее: он хорошист или отличник?
 5. Устройство содержит пять независимо работающих элементов. Первый отказывает с вероятностью 0,7, 2-й и 3-й — с вероятностью 0,5, 4-й и 5-й — с вероятностью 0,2. С какой вероятностью откажет ровно один из этих пяти элементов?
 - 6.* Пусть Ω — произвольное непустое множество, \mathcal{F}_1 и \mathcal{F}_2 — алгебры подмножеств Ω . Доказать, что $\mathcal{F} = \mathcal{F}_1 \cap \mathcal{F}_2$ также является алгеброй.
-

1. На окружности лежат 11 точек ($A, B, C, D, E, F, G, H, K, L, M$), любые две из которых соединены хордой. Из этих хорд наугад выбирают одну.
 - а) Найти вероятность того, что будет выбрана хорда, соединяющая точки L и M .
 - б) Найти вероятность того, что будет выбрана хорда, проходящая через точку L или через точку M .
 2. Точка с координатой ξ наудачу выбрана на отрезке $[0, 1]$, и независимо от неё точка с координатой η наудачу выбрана на отрезке $[2, 4]$. Найти вероятность события $\{2\eta - \xi < 5\}$.
 3. Сколько раз нужно подбросить четыре правильные монеты, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,5, хотя бы раз выпали два герба и две решки?
 4. Продукция производится двумя автоматами, первый из которых вдвое производительнее второго. В продукции первого автомата брак составляет 10%, в продукции второго — 30%. Наугад выбранная из всей продукции деталь оказалась бракованной. Что вероятнее: она произведена первым или вторым автоматом?
 5. Три стрелка, для которых вероятности попадания в мишень равны соответственно 0,3, 0,7 и 0,8, производят по два выстрела. С какой вероятностью произойдет ровно одно попадание?
 - 6.* Какова минимальная σ -алгебра подмножеств \mathbb{R} , содержащая все интервалы $(-\infty, a)$ при любых вещественных a ? Ответ обосновать.
-

1. Из букв слова ПЕЛИКАН, составленного с помощью разрезной азбуки, извлекаются наудачу и выкладываются друг за другом в порядке извлечения 4 буквы.
 - а) Найти вероятность того, что получится слово ЛИПА.
 - б) Найти вероятность того, что полученное слово будет начинаться на ЛИП или заканчиваться на ПА.
2. Точка с координатой ξ наудачу выбрана на отрезке $[0, 3]$, и независимо от неё точка с координатой η наудачу выбрана на отрезке $[0, 1]$. Найти вероятность события $\{\xi - \eta > 2\}$.
3. Из колоды в 36 карт 5 раз выбирают пару карт, возвращая их всякий раз обратно и перемешивая колоду. Найти вероятность того, что пара красных карт появится не более трёх раз.
4. В фирме 60% сотрудников — мужчины, 40% — женщины. Вероятность опоздать на работу для мужчины равна 0,1, для женщины — 0,25. Оказалось, что выбранный накануне наугад из списка сотрудник сегодня опоздал на работу. Что вероятнее: это мужчина или женщина?
5. В левом кармане три красных пуговицы и одна белая, в правом — пять красных и две белых, и в потайном кармашке — две красных и две белых. Из каждого кармана наугад берут по одной пуговице. С какой вероятностью будут выбраны две красных и одна белая пуговицы?
- 6.* Пусть \mathcal{F} — совокупность всех подмножеств \mathbb{R}^2 вида $B_1 \times B_2$, где $B_1, B_2 \in \mathfrak{B}(\mathbb{R})$ — борелевские множества. Проверить, является ли \mathcal{F} σ -алгеброй подмножеств \mathbb{R}^2 .

1. Из колоды в 36 карт (4 масти по 9 карт, от шестёрки до туза) наудачу и без возвращения выбираются 4 карты.
 - а) Найти вероятность того, что попадутся два туза и два короля;
 - б) Найти вероятность того, что попадётся не менее двух тузов или не менее двух королей.
 2. Точка с координатой ξ наудачу выбрана на отрезке $[1, 3]$, и независимо от неё точка с координатой η наудачу выбрана на отрезке $[0, 2]$. Найти вероятность события $\{2\xi + \eta > 3\}$.
 3. Три правильных игральных кости подбрасывают 7 раз. Найти вероятность того, что не менее пяти раз на костях выпадет различное число очков.
 4. В команде двое стрелков стреляют из берданки и попадают по мишени в 80% случаев, остальные трое стреляют из обреза и попадают в 60% случаев. Наугад выбранный стрелок попал по мишени. Что вероятнее: он вооружён обрезом или берданкой?
 5. Первый станок выпускает бракованные детали с вероятностью 0,1, второй станок — с вероятностью 0,2. На первом станке изготовлены три детали, на втором две. Найти вероятность того, что ровно одна изготовленная деталь бракованная.
 - 6.* Доказать следующее утверждение или привести контрпример: *события A_1, \dots, A_n независимы в совокупности, если $\forall k = 1, \dots, n$ имеет место равенство: $P(A_1 \cap \dots \cap A_k) = P(A_1) \cdot \dots \cdot P(A_k)$.*
-

1. Число выбирается наугад из всех шестизначных чисел, состоящих из цифр 1 и 9.
 - а) Найти вероятность того, что будет выбрано число 999999.
 - б) Найти вероятность того, что выбранное число будет начинаться на 999 или заканчиваться на 999.
 2. Точка с координатой ξ наудачу выбрана на отрезке $[0, 1]$, и независимо от неё точка с координатой η наудачу выбрана на отрезке $[0, 4]$. Найти вероятность события $\{3\xi - 2\eta > 1\}$.
 3. Два баскетболиста, попадающих мячом в корзину в 80% и в 70% случаев соответственно, делают по 10 бросков по корзине. Найти вероятность того, что первый попадёт не менее девяти, а второй — не менее восьми раз.
 4. Известно, что 96% выпускаемой продукции удовлетворяют стандарту. Упрощенная схема контроля признает годной стандартную продукцию с вероятностью 0,98 и нестандартную — с вероятностью 0,05. Наудачу выбранное изделие, пройдя контроль, признано годным. Найти вероятность того, что это изделие удовлетворяет стандарту.
 5. Игрок подбрасывает стаканчик с костями. На одной из костей шесть очков выпадает с вероятностью 0,2, на другой — с вероятностью 0,25, на третьей — с вероятностью 0,15. Найти вероятность того, что выпадет ровно одна шестёрка.
 - 6.* Пусть $\Omega = [0, 1]$, \mathcal{F} — σ -алгебра борелевских подмножеств отрезка $[0, 1]$ и P — мера Лебега. Построить три независимых в совокупности события A, B, C , вероятности которых одинаковы и равны $1/2$.
-

1. Из коробки, в которой находится 5 красных, 4 чёрных и 3 синих карандашей, случайно выпало 3 карандаша.
 - а) Найти вероятность того, что выпали 3 чёрных карандаша.
 - б) Найти вероятность того, что среди выпавших карандашей нет красных или нет синих.
2. Точка с координатой ξ наудачу выбрана на отрезке $[1, 2]$, и независимо от неё точка с координатой η наудачу выбрана на отрезке $[0, 5]$. Найти вероятность события $\{\eta - 2\xi < 2\}$.
3. Пара симметричных игральных костей подбрасывается 11 раз. Найти вероятность того, что не менее восьми раз выпадет сумма очков, равная 10.
4. В группе спортсменов 30 лыжников и 45 бегунов. Вероятность выполнить квалификационную норму для лыжника равна 0,9, а для бегуна — 0,75. Выбранный наудачу спортсмен выполнил норму. Что вероятнее: он лыжник или бегун?
5. Устройство содержит четыре независимо работающих элемента. Первый отказывает с вероятностью 0,3, 2-й и 3-й — с вероятностью 0,5, 4-й — с вероятностью 0,2. С какой вероятностью откажут ровно два из этих четырёх элементов?
- 6.* Назовём непустое множество \mathcal{F} подмножеств Ω *квазиалгеброй*, если: (1) $\bar{A} \in \mathcal{F}$ для любого $A \in \mathcal{F}$; (2) $A \cup B \in \mathcal{F}$ для любых **несовместных** $A, B \in \mathcal{F}$. Привести пример квазиалгебры, не являющейся алгеброй.