- 1. Из ящика с пятью белыми и четырьмя чёрными шарами вынимают без возвращения и без учёта порядка 5 шаров. а) Считая элементарные исходы этого опыта равновозможными, привести пример двух разных элементарных
 - а) Считая элементарные исходы этого опыта равновозможными, привести пример двух разных элементарных исходов и найти их общее число $|\Omega|$.
 - б) Найти вероятность, что будет вынуто не менее трёх белых шаров.
- **2.** Точка с координатой ξ выбирается наудачу на отрезке $[0,\,1]$, и независимо от неё точка с координатой η выбирается наудачу на отрезке $[0,\,2]$. Проверить, являются ли три события $\{\xi+\eta<1\}$, $\{\xi>1/2\}$ и $\{\eta<1\}$ независимыми в совокупности.
- **3.** Среди деталей встречается 15% бракованных. Какова вероятность, что среди взятых наугад шести деталей попадётся не более двух бракованных?
- **4.** В первой урне 7 белых и 2 чёрных шара, во второй 4 белых и 5 чёрных. Из каждой урны потеряли по одному шару. После этого шары из обеих урн ссыпали в одну и дважды доставали из неё шар, возвращая его всякий раз обратно. Найти вероятность того, что ровно один раз был вынут белый шар.
- **5.** Вероятность того, что деталь, изготовленная на первом станке, будет первосортной, равна 0.7. При изготовлении такой же детали на втором станке эта вероятность равна 0.8. На первом станке изготовлены две детали, на втором три. Найти вероятность того, что хотя бы одна изготовленная деталь первосортна.
- **6.*** Построить какую-нибудь меру на борелевской σ -алгебре $\mathfrak{B}(\mathbb{R})$, отличную от меры Лебега.
- 1. В шкатулке 7 белых и 3 красные пуговицы. Из них наугад берут сразу четыре штуки.
 - а) Считая элементарные исходы этого опыта равновозможными, привести пример двух разных элементарных исходов и найти их общее число $|\Omega|$.
 - б) Найти вероятность, что попадётся не более двух красных пуговиц.
- **2.** Точка с координатой ξ выбирается наудачу на отрезке $[0,\,2]$, и независимо от неё точка с координатой η выбирается наудачу на отрезке $[0,\,3]$. Проверить, являются ли три события $\{\xi+\eta<2\}$, $\{1<\eta<2.5\}$ и $\{\xi<1\}$ независимыми в совокупности.
- **3.** Четверть всех лампочек неисправны. Какова вероятность, что среди взятых наугад восьми лампочек неисправных окажется не более трёх?
- **4.** В первой урне 6 белых и 3 чёрных шара, во второй 5 белых и 3 чёрных. Из первой урны потеряли два шара, из второй урны один шар. После этого шары из обеих урн ссыпали в одну и достали из неё наугад один шар. Найти вероятность того, что этот шар окажется белым.
- **5.** Вася просыпает первую пару с вероятностью 0.3, Петя с вероятностью 0.7, и Вова с вероятностью 0.4, причём все эти события независимы. С какой вероятностью хотя бы одного из друзей не будет на первой паре?
- **6.*** Проверить, является ли σ -алгеброй декартово произведение $\mathfrak{B}(\mathbb{R}) \times \mathfrak{B}(\mathbb{R})$ двух борелевских σ -алгебр.
- 1. В одной урне 1 белый и два чёрных шара, а в другой 2 белых и 1 чёрный. Из каждой урны берут по одному шару.
 - а) Считая элементарные исходы этого опыта равновозможными, привести пример двух разных элементарных исходов и найти их общее число $|\Omega|$.
 - б) Найти вероятность, что попадётся хотя бы один белый шар.
- **2.** Точка с координатой ξ выбирается наудачу на отрезке [0, 1], и независимо от неё точка с координатой η выбирается наудачу на отрезке [-1, 1]. Проверить, являются ли три события $\{\eta > 0\}$, $\{\xi > 1/2\}$ и $\{\xi + \eta > 1\}$ независимыми в совокупности.
- **3.** Какова вероятность, что при семи подбрасываниях игральной кости число очков, кратное трём, выпадет не более двух раз?
- **4.** В первой урне 2 белых и 4 чёрных шара, во второй 4 белых и 5 чёрных. Из второй урны потеряли три шара. После этого из каждой урны достали по одному шару. Найти вероятность того, что эти шары разного цвета.
- **5.** Вероятность того, что деталь, изготовленная на первом станке, будет первосортной, равна 0.8. При изготовлении такой же детали на втором станке эта вероятность равна 0.6. На каждом станке изготовлено по две детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна изготовленная деталь первосортна.
- **6.*** Пусть \mathfrak{F}_1 и $\mathfrak{F}_2-\sigma$ -алгебры подмножеств Ω . Доказать, что $\mathfrak{F}_1\cap\mathfrak{F}_2-\sigma$ -алгебра.

- 1. Из урны с шестью белыми и тремя чёрными шарами вынимают без возвращения и без учёта порядка 4 шара.
 - а) Считая элементарные исходы этого опыта равновозможными, привести пример двух разных элементарных исходов и найти их общее число $|\Omega|$.
 - б) Найти вероятность, что будет вынуто не менее трёх белых шаров.
- **2.** Точка с координатой ξ выбирается наудачу на отрезке [-1,1], и независимо от неё точка с координатой η выбирается наудачу на отрезке [0,2]. Проверить, являются ли три события $\{\xi+\eta<1\}$, $\{\xi>0\}$ и $\{\eta<1\}$ независимыми в совокупности.
- **3.** Каждая пятая сходящая со станка деталь бракованная. С какой вероятностью среди семи изготовленных деталей бракованных окажется не более двух?
- **4.** В первой урне 2 белых и 6 чёрных шара, во второй 4 белых и 5 чёрных. Из первой урны потеряли один шар, а из второй два шара. После этого оставшиеся шары пересыпали в одну урну и вынули из неё наудачу один шар. Найти вероятность того, что этот шар окажется чёрным.
- **5.** Устройство содержит три независимо работающих элемента. Первый отказывает с вероятностью 0.7, второй с вероятностью 0.5, третий с вероятностью 0.2. С какой вероятностью откажет хотя бы один из этих трёх элементов?
- **6.*** Принадлежит ли множество $\mathbb Q$ рациональных чисел σ -алгебре, порождённой множеством всех одноточечных полмножеств $\mathbb R$?
- **1.** В одной урне 3 белых и два чёрных шара, а в другой 2 белых и 1 чёрный. Из каждой урны берут по одному шару.
 - а) Считая элементарные исходы этого опыта равновозможными, привести пример двух разных элементарных исходов и найти их общее число $|\Omega|$.
 - б) Найти вероятность, что попадётся хотя бы один чёрный шар.
- **2.** Точка с координатой ξ выбирается наудачу на отрезке $[0,\,2]$, и независимо от неё точка с координатой η выбирается наудачу на отрезке $[0,\,1]$. Проверить, являются ли три события $\{\xi+\eta<1\}$, $\{\xi<1\}$ и $\{\eta>1/2\}$ независимыми в совокупности.
- **3.** Среди решённых Васей задач встречается 30% неправильных решений. С какой вероятностью из семи проверенных решений неправильных будет не более трёх?
- **4.** В первой урне 3 белых и 5 чёрных шаров, во второй 2 белых и 6 чёрных. Из каждой урны потеряли по одному шару. После этого шары из обеих урн ссыпали в одну и дважды доставали из неё шар, возвращая его всякий раз обратно. Найти вероятность того, что ровно один раз был вынут чёрный шар.
- **5.** Три стрелка, для которых вероятности попадания в мишень равны соответственно 0.3, 0.7 и 0.8, производят по одному выстрелу. С какой вероятностью произойдет хотя бы одно попадание?
- **6.*** Привести пример какой-нибудь меры на множестве всех подмножеств \mathbb{R} .
- 1. В урне 3 белых, один чёрный и два синих шара. Из неё вынимают без возвращения и без учёта порядка 3 шара. а) Считая элементарные исходы этого опыта равновозможными, привести пример двух разных элементарных исходов и найти их общее число |Ω|.
 - б) Найти вероятность, что будет вынуто не менее двух белых шаров.
- **2.** Точка с координатой ξ выбирается наудачу на отрезке [0, 3], и независимо от неё точка с координатой η выбирается наудачу на отрезке [0, 2]. Проверить, являются ли три события $\{\xi + \eta < 2\}$, $\{1 < \xi < 5/2\}$ и $\{\eta < 1\}$ независимыми в совокупности.
- **3.** Печь, ведущая обжиг тонкостенных деталей, выпускает 25% брака. С какой вероятностью из восьми прошедших обжиг деталей бракованными будут не более двух?
- **4.** В первой урне 4 белых и 4 чёрных шара, во второй 2 белых и 3 чёрных. Из первой урны наудачу выбирают три шара, а из второй один шар. После этого из выбранных четырёх шаров наудачу берут один шар. Найти вероятность того, что этот шар окажется белым.
- **5.** В левом кармане три красных пуговицы и одна белая, в правом пять красных и две белых, и в потайном кармашке две красных и две белых. Из каждого кармана наугад берут по одной пуговице. С какой вероятностью хотя бы одна из этих трёх пуговиц будет красная?
- **6.*** Пусть \mathfrak{F}_1 и $\mathfrak{F}_2-\sigma$ -алгебры подмножеств Ω . Доказать, что $\mathfrak{F}_1\cap\mathfrak{F}_2-\sigma$ -алгебра.