1. **(3 балла)** Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из распределения Бернулли с параметром p. Найти распределение случайной величины $S^2 + \overline{X}$.
2. **(3 балла)** Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ и две простые гипотезы: $H_1 = \{ X_i \Subset \mathrm{E}_1 \}$, $\quad H_2 = \{ X_i$ имеют распределение с плотностью $f_2(y) \}$, где
$$f_2(y) = \begin{cases} 3/y^4, & \text{если } y \geqslant 1, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$
Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_2, если $1 \leqslant X_{(n)} \leqslant 3$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия.
3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ и две простые гипотезы: $H_1 = \{X_i \Subset \mathrm{E}_1\}$ и $H_2 = \{X_i \Subset \mathrm{E}_2\}$.

   а) (3 балла) Построить (при $n = 1$) НМК размера $1/2$. Найти мощность этого критерия.

   б) (3 балла) Построить (при $n = 1$) какой-либо критерий размера $1/2$ и мощности $1/2$.

   в) (3 балла) Критерий $\delta_3 = \delta_3(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать H_2, если $\overline{X} < 1$. Найти предел при $n \to \infty$ размера и мощности этого критерия.

4. **(4 балла)** Студент, не сдавший второе домашнее задание, проверяет гипотезу о том, что выборка достаточно большого объёма n взята из распределения Бернулли с параметром $p = \frac{1}{5}$. Студент использует критерий Колмогорова, статистика которого $\sqrt{n} \cdot \sup_y |F_n^*(y) - F(y)|$ оказалась равна 1,2. Сравнивая значение статистики критерия с квантилью уровня 0,9 распределения Колмогорова, примерно равной 1,23, студент сделал вывод, что критерий асимптотического размера $\varepsilon = 0{,}1$ принимает основную гипотезу.

   Примет ли на самом деле критерий асимптотического размера $\varepsilon = 0{,}1$ проверяемую гипотезу?

   Указание. Квантиль стандартного нормального распределения уровня 0,05 *равна примерно* −1,64.

---

1. **(3 балла)** Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из распределения Бернулли с параметром p. Найти распределение случайной величины $S^2 + 2\overline{X}$.
2. **(3 балла)** Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ и две простые гипотезы: $H_1 = \{ X_i$ имеют распределение с плотностью $f_1(y) \}$, где
$$f_1(y) = \begin{cases} 4y^3/3^4, & \text{если } 0 \leqslant y \leqslant 3, \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases}$$
$H_2 = \{ X_i \Subset \mathrm{U}_{0,4} \}$. Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_1, если $2 \leqslant X_{(1)} \leqslant 3$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия.
3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ и две простые гипотезы: $H_1 = \{X_i \Subset \mathrm{U}_{0,4}\}$ и $H_2 = \{X_i$ имеют распределение с плотностью $f_2\}$, где
$$f_2(y) = \begin{cases} y/8, & \text{если } 0 \leqslant y \leqslant 4, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

   а) (3 балла) Построить (при $n = 1$) НМК размера $1/2$. Найти мощность этого критерия.

   б) (3 балла) Построить (при $n = 1$) какой-либо критерий размера $1/2$ и мощности $1/2$.

   в) (3 балла) Критерий $\delta_3 = \delta_3(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать H_2, если $\overline{X} \geqslant 2$. Найти предел при $n \to \infty$ размера и мощности этого критерия.

4. **(4 балла)** Студент, не сдавший второе домашнее задание, проверяет гипотезу о том, что выборка достаточно большого объёма n взята из распределения Бернулли с параметром $p = \frac{1}{5}$. Студент использует критерий Колмогорова, статистика которого $\sqrt{n} \cdot \sup_y |F_n^*(y) - F(y)|$ оказалась равна 1,2. Сравнивая значение статистики критерия с квантилью уровня 0,9 распределения Колмогорова, примерно равной 1,23, студент сделал вывод, что критерий асимптотического размера $\varepsilon = 0{,}1$ принимает основную гипотезу.

   Примет ли на самом деле критерий асимптотического размера $\varepsilon = 0{,}1$ проверяемую гипотезу?

   Указание. Квантиль стандартного нормального распределения уровня 0,05 *равна примерно* −1,64.

1. **(3 балла)** Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из распределения Бернулли с параметром p. Найти распределение случайной величины $2\overline{X} - S^2$.
2. **(3 балла)** Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ и две простые гипотезы: $H_1 = \{ X_i \Subset \mathrm{U}_{0,5} \}$, $H_2 = \{ X_i$ имеют распределение с плотностью $f_2(y) \}$, где
$$f_2(y) = \begin{cases} 2/y^3, & \text{если } y \geqslant 1, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$
Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_2, если $3 \leqslant X_{(n)} \leqslant 5$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия.
3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ и две простые гипотезы: $H_1 = \{X_i \Subset \mathrm{E}_2\}$ и $H_2 = \{X_i \Subset \mathrm{E}_4\}$.

   а) (3 балла) Построить (при $n = 1$) НМК размера $1/2$. Найти мощность этого критерия.

   б) (3 балла) Построить (при $n = 1$) какой-либо критерий размера $1/2$ и мощности $1/2$.

   в) (3 балла) Критерий $\delta_3 = \delta_3(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать H_2, если $\overline{X} \leqslant 1/2$. Найти предел при $n \to \infty$ размера и мощности этого критерия.

4. **(4 балла)** Студент, не сдавший второе домашнее задание, проверяет гипотезу о том, что выборка достаточно большого объёма n взята из распределения Бернулли с параметром $p = \frac{1}{5}$. Студент использует критерий Колмогорова, статистика которого $\sqrt{n} \cdot \sup_y |F_n^*(y) - F(y)|$ оказалась равна 1,2. Сравнивая значение статистики критерия с квантилью уровня 0,9 распределения Колмогорова, примерно равной 1,23, студент сделал вывод, что критерий асимптотического размера $\varepsilon = 0{,}1$ принимает основную гипотезу.

   Примет ли на самом деле критерий асимптотического размера $\varepsilon = 0{,}1$ проверяемую гипотезу?

   Указание. Квантиль стандартного нормального распределения уровня 0,05 *равна примерно* −1,64.

---

1. **(3 балла)** Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из распределения Бернулли с параметром p. Найти распределение случайной величины $2S^2 + \overline{X}$.
2. **(3 балла)** Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ и две простые гипотезы: $H_1 = \{ X_i$ имеют распределение с плотностью $f_1(y) \}$, где
$$f_1(y) = \begin{cases} 3y^2/4^3, & \text{если } 0 \leqslant y \leqslant 4, \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases}$$
$H_2 = \{ X_i \Subset \mathrm{E}_2 \}$. Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_2, если $0 \leqslant X_{(1)} \leqslant 2$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия.
3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ и две простые гипотезы:. $H_1 = \{X_i \Subset \mathrm{U}_{0,6}\}$ и $H_2 = \{X_i$ имеют распределение с плотностью $f_2\}$, где
$$f_2(y) = \begin{cases} y/18, & \text{если } 0 \leqslant y \leqslant 6, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

   а) (3 балла) Построить (при $n = 1$) НМК размера $1/2$. Найти мощность этого критерия.

   б) (3 балла) Построить (при $n = 1$) какой-либо критерий размера $1/2$ и мощности $1/2$.

   в) (3 балла) Критерий $\delta_3 = \delta_3(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать H_2, если $\overline{X} \geqslant 3$. Найти предел при $n \to \infty$ размера и мощности этого критерия.

4. **(4 балла)** Студент, не сдавший второе домашнее задание, проверяет гипотезу о том, что выборка достаточно большого объёма n взята из распределения Бернулли с параметром $p = \frac{1}{5}$. Студент использует критерий Колмогорова, статистика которого $\sqrt{n} \cdot \sup_y |F_n^*(y) - F(y)|$ оказалась равна 1,2. Сравнивая значение статистики критерия с квантилью уровня 0,9 распределения Колмогорова, примерно равной 1,23, студент сделал вывод, что критерий асимптотического размера $\varepsilon = 0{,}1$ принимает основную гипотезу.

   Примет ли на самом деле критерий асимптотического размера $\varepsilon = 0{,}1$ проверяемую гипотезу?

   Указание. Квантиль стандартного нормального распределения уровня 0,05 *равна примерно* −1,64.