1. Пусть $X_1, \ldots, X_5$ — выборка объёма 5 из равномерного распределения на отрезке $[0,\ 1]$. Проверить независимость случайных величин $\overline{X}$ и $X_{(1)}$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения Пуассона с параметром λ, и $F_n^*(y)$ — эмпирическая функция распределения. Найти таблицу распределения случайной величины $F_n^*(4) - F_n^*(2)$ и выяснить, как себя ведёт эта случайная величина при $n \to \infty$.

3. Дана выборка X_1 объёмом 1, о плотности распределения которой сделаны две гипотезы:

$$H_1:\ f_1(y) = 2y \text{ при } y \in [0,\ 1]; \quad H_2:\ f_2(y) = 3y^2 \text{ при } y \in [0,\ 1].$$

Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = 0{,}36$. Найти мощность этого критерия.

4. Не используя теорему о свойствах выборочной дисперсии, вычислить математическое ожидание выборочной дисперсии, построенной по выборке $X_1, \ldots, X_n$ объёма n из распределения с плотностью f_2 из задачи 3.

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из биномиального распределения с параметрами 3 и p. Для проверки гипотез $H_1 = \{p = 0{,}2\}$ и $H_2 = \{p = 0{,}5\}$ используется критерий δ с критической областью $S = \left\{\overline{X} > 0,6\right\}$. Найти предел размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

6. Пусть X_1, X_2 — выборка из нормального распределения с параметрами a и $\sigma^2 = 1$. Построить минимаксный критерий для различения гипотез $a = 0$ и $a = 2$. Какую гипотезу принял критерий при $X_1 = 2,173$, $X_2 = -0,241$?

ФИО									Номер группы
1	2		3	4	5		6		

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_4$ — выборка объёма 4 из показательного распределения с параметром 2. Проверить независимость случайных величин $\overline{X}$ и $X_{(4)}$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из биномиального распределения с параметрами 5 и p, и $F_n^*(y)$ — эмпирическая функция распределения. Найти таблицу распределения случайной величины $F_n^*(3)$ и её математическое ожидание.

3. Дана выборка X_1 объёма 1, о плотности распределения которой сделаны две гипотезы:

$$H_1:\ f_1(y) = 4y^3 \text{ при } y \in [0,\ 1]; \quad H_2:\ f_2(y) = 2y \text{ при } y \in [0,\ 1].$$

Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = 0{,}2401$. Найти мощность этого критерия.

4. Не используя теорему о свойствах выборочной дисперсии, вычислить математическое ожидание выборочной дисперсии, построенной по выборке $X_1, \ldots, X_n$ объёма n из распределения с плотностью f_1 из задачи 3.

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из равномерного распределения на отрезке $[0,\ a]$. Для проверки гипотез $H_1 = \{a = 5\}$ и $H_2 = \{a = 2\}$ используется критерий δ с критической областью $S = \left\{\overline{X} < 1\right\}$. Найти предел размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

6. Пусть X_1, X_2 — выборка из нормального распределения с параметрами a и $\sigma^2 = 1$. Построить байесовский критерий при равных априорных вероятностях для различения гипотез $a = 0$ и $a = 2$. Какую гипотезу принял критерий при $X_1 = 2,173$, $X_2 = -0,241$?

ФИО									Номер группы
1	2		3	4	5		6		

1. Пусть $X_1, \ldots, X_6$ — выборка объёма 6 из равномерного распределения на отрезке $[0, 2]$. Проверить независимость случайных величин $X_1 + X_2$ и $X_{(1)}$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из георметрического распределения с параметром p, и $F_n^*(y)$ — эмпирическая функция распределения. Найти таблицу распределения случайной величины $F_n^*(3) - F_n^*(2)$ и выяснить, как себя ведёт эта случайная величина при $n \to \infty$.

3. Дана выборка X_1 объёма 1, о плотности распределения которой сделаны две гипотезы:

$$H_1: \ f_1(y) = 3y^2 \text{ при } y \in [0, 1]; \quad H_2: \ f_2(y) = 4y^3 \text{ при } y \in [0, 1].$$

Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = 0{,}271$. Найти мощность этого критерия.

4. Не используя теорему о свойствах выборочной дисперсии, вычислить математическое ожидание выборочной дисперсии, построенной по выборке $X_1, \ldots, X_n$ объёма n из распределения с плотностью f_1 из задачи 3.

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из показательного распределения с параметром β. Для проверки гипотез $H_1 = \{\beta = 2\}$ и $H_2 = \{\beta = 3\}$ используется критерий δ с критической областью $S = \{\overline{X} < 1/2\}$. Найти предел размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

6. Пусть X_1, X_2, X_3 — выборка из нормального распределения с параметрами a и $\sigma^2 = 1$. Построить минимаксный критерий для различения гипотез $a = -1$ и $a = 1$. Какую гипотезу принял критерий при $X_1 = 1,731$, $X_2 = -0,213$, $X_3 = -0,872$?

ФИО									Номер группы
1	2		3	4	5		6		

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_7$ — выборка объёма 7 из показательного распределения с параметром 4. Проверить независимость случайных величин $\overline{X}$ и $X_{(1)}$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из биномиального распределения с параметрами 4 и p, и $F_n^*(y)$ — эмпирическая функция распределения. Найти таблицу распределения случайной величины $F_n^*(3)$ и её математическое ожидание.

3. Дана выборка X_1 объёма 1, о плотности распределения которой сделаны две гипотезы:

$$H_1: \ f_1(y) = 5y^4 \text{ при } y \in [0, 1]; \quad H_2: \ f_2(y) = 2y \text{ при } y \in [0, 1].$$

Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = 0{,}32768$. Найти мощность этого критерия.

4. Не используя теорему о свойствах выборочной дисперсии, вычислить математическое ожидание выборочной дисперсии, построенной по выборке $X_1, \ldots, X_n$ объёма n из распределения с плотностью f_2 из задачи 3.

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из равномерного распределения на отрезке $[a, \ a + 12]$. Для проверки гипотез $H_1 = \{a = 1\}$ и $H_2 = \{a = 3\}$ используется критерий δ с критической областью $S = \{\overline{X} > 9\}$. Найти предел размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

6. Пусть X_1, X_2, X_3 — выборка из нормального распределения с параметрами a и $\sigma^2 = 1$. Построить байесовский критерий при равных априорных вероятностях для различения гипотез $a = -1$ и $a = 1$. Какую гипотезу принял критерий при $X_1 = 1,731$, $X_2 = -0,213$, $X_3 = -0,872$?

ФИО									Номер группы
1	2		3	4	5		6		

1. Пусть $X_1, \ldots, X_8$ — выборка объёма 8 из равномерного распределения на отрезке $[0,\ 3]$. Проверить независимость случайных величин $X_1 + X_8$ и $X_{(8)}$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения Пуассона с параметром λ, и $F_n^*(y)$ — эмпирическая функция распределения. Найти таблицу распределения случайной величины $F_n^*(4) - F_n^*(1)$ и выяснить, как себя ведёт эта случайная величина при $n \to \infty$.

3. Дана выборка X_1 объёма 1, о плотности распределения которой сделаны две гипотезы:

$$H_1:\ f_1(y) = 2y \text{ при } y \in [0,\ 1]; \quad H_2:\ f_2(y) = 6y^5 \text{ при } y \in [0,\ 1].$$

Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = 0{,}19$. Найти мощность этого критерия.

4. Не используя теорему о свойствах выборочной дисперсии, вычислить математическое ожидание выборочной дисперсии, построенной по выборке $X_1, \ldots, X_n$ объёма n из распределения с плотностью f_2 из задачи 3.

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из показательного распределения с параметром γ. Для проверки гипотез $H_1 = \{\gamma = 3\}$ и $H_2 = \{\gamma = 1\}$ используется критерий δ с критической областью $S = \left\{\overline{X} > 1/3\right\}$. Найти предел размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

6. Пусть X_1, X_2, X_3, X_4 — выборка из нормального распределения с параметрами a и $\sigma^2 = 1$. Построить минимаксный критерий для различения гипотез $a = 1$ и $a = 3$. Какую гипотезу принял критерий при $X_1 + \ldots + X_4 = 7,821$?

ФИО									Номер группы
1	2		3	4	5		6		

---

1. Пусть X_1, X_2, X_3 — выборка объёма 3 из показательного распределения с параметром 5. Проверить независимость случайных величин $X_1 + X_2$ и $X_{(3)}$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из биномиального распределения с параметрами 2 и p, и $F_n^*(y)$ — эмпирическая функция распределения. Найти таблицу распределения случайной величины $F_n^*(2)$ и её математическое ожидание.

3. Дана выборка X_1 объёма 1, о плотности распределения которой сделаны две гипотезы:

$$H_1:\ f_1(y) = 4y^3 \text{ при } y \in [0,\ 1]; \quad H_2:\ f_2(y) = 3y^2 \text{ при } y \in [0,\ 1].$$

Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = 0{,}1296$. Найти мощность этого критерия.

4. Не используя теорему о свойствах выборочной дисперсии, вычислить математическое ожидание выборочной дисперсии, построенной по выборке $X_1, \ldots, X_n$ объёма n из распределения с плотностью f_1 из задачи 3.

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из распределения Пуассона с параметром λ. Для проверки гипотез $H_1 = \{\lambda = 1\}$ и $H_2 = \{\lambda = 2\}$ используется критерий δ с критической областью $S = \left\{\overline{X} < 2\right\}$. Найти предел размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

6. Пусть X_1, X_2, X_3, X_4 — выборка из нормального распределения с параметрами a и $\sigma^2 = 1$. Построить байесовский критерий при равных априорных вероятностях для различения гипотез $a = 1$ и $a = 3$. Какую гипотезу принял критерий при $X_1 + \ldots + X_4 = 8,527$?

ФИО									Номер группы
1	2		3	4	5		6		