1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью $f(y) = 3\theta^3 y^{-4}$ на интервале $[\theta, +\infty)$, где $\theta > 0$.

а) Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $F_n^*(3\theta) - F_n^*(2\theta)$.

б) Найти при $n = 5$ распределение этой случайной величины.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из распределения Пуассона с параметром λ.

а) Вычислить математическое ожидание случайной величины $5(\overline{X})^2 + S^2$.

б) Выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из распределения $\mathcal{F}$ и гипотезы $H_1 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{0,2}\}$ и $H_2 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{1,3}\}$. Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(1)} \geqslant 1$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Является ли критерий состоятельным?

4. Дана выборка объёма $n = 9$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,16}$. Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = \Phi_{0,1}(-2)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 1\}$ и $H_2 = \{a = -1\}$. Какую гипотезу выбрал критерий при $\overline{X} = -1$?

5. Для проверки симметричности монеты её подбросили n раз. Гипотеза симметричности принимается, если число выпадений герба заключено в границах $n/2 \pm \Delta$. Найти, каким должно быть Δ, чтобы данный критерий имел асимптотический размер $\varepsilon = 2\Phi_{0,1}(-3)$. Проверить симметричность монеты, если после 10 000 бросков герб выпал 5 400 раз.

6. Дана выборка из показательного распределения с параметром 1. Выяснить, куда слабо сходится последовательность $\sqrt{n}\, |F_n^*(3) - F(3)|$ при $n \to \infty$.

ФИО							Номер группы
1	2	3	4	5	6		

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью $f(y) = 4y^3\theta^{-4}$ на интервале $[0, \theta]$, где $\theta > 0$.

а) Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $F_n^*(\theta/2) - F_n^*(\theta/3)$.

б) Найти при $n = 6$ распределение этой случайной величины.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из биномиального распределения с параметрами 2 и p.

а) Вычислить математическое ожидание случайной величины $5\overline{X^2} + 3(\overline{X})^2$.

б) Выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из распределения $\mathcal{F}$ и гипотезы $H_1 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{1,3}\}$ и $H_2 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{0,2}\}$. Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(1)} \leqslant 1$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Является ли критерий состоятельным?

4. Дана выборка объёма $n = 16$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,9}$. Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = \Phi_{0,1}(-3)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 2\}$ и $H_2 = \{a = 0\}$. Какую гипотезу выбрал критерий при $\overline{X} = 0$?

5. Для проверки симметричности игральной кости её подбросили n раз. Гипотеза симметричности принимается, если количество выпадений единички заключено в границах $n/6 \pm \Delta$. Найти, каким должно быть Δ, чтобы данный критерий имел асимптотический размер $\varepsilon = 2\Phi_{0,1}(-2)$. Проверить симметричность кости, если после 3 600 бросков единица выпала 540 раз.

6. Найти предел в смысле слабой сходимости последовательности $\sqrt{n}\,\sup_y |F_n^*(y) - F(y)|$ для выборки из распределения Бернулли $B_{0{,}25}$.

ФИО							Номер группы
1	2	3	4	5	6		

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью $f(y) = 5\theta^5 y^{-6}$ на интервале $[\theta, +\infty)$, где $\theta > 0$.

а) Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $F_n^*(4\theta) - F_n^*(3\theta)$.

б) Найти при $n = 4$ распределение этой случайной величины.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из показательного распределения с параметром α.

а) Вычислить математическое ожидание случайной величины $2(\overline{X})^2 - 5S^2$.

б) Выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из распределения $\mathcal{F}$ и гипотезы $H_1 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{1,3}\}$ и $H_2 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{2,5}\}$. Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(1)} \geqslant 2$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Является ли критерий состоятельным?

4. Дана выборка объёма $n = 9$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,4}$. Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = \Phi_{0,1}(-2{,}5)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 2\}$ и $H_2 = \{a = 1\}$. Какую гипотезу выбрал критерий при $\overline{X} = 1$?

5. Для проверки гипотезы о симметричности тетраэдра его подбросили n раз. Гипотеза симметричности принимается, если число выпадений помеченной грани заключено в границах $n/4 \pm \Delta$. Найти, каким должно быть Δ, чтобы данный критерий имел асимптотический размер $\varepsilon = 2\Phi_{0,1}(-2)$. Проверить симметричность тетраэдра, если после 1 600 бросков помеченная грань выпала 430 раз.

6. Доказать асимптотическую нормальность несмещённой выборочной дисперсии, построенной по выборке из распределения Пуассона.

ФИО						Номер группы
1	2	3	4	5	6	

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью $f(y) = 5y^4\theta^{-5}$ на интервале $[0, \theta]$, где $\theta > 0$.

а) Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $F_n^*(2\theta/3) - F_n^*(\theta/3)$.

б) Найти при $n = 8$ распределение этой случайной величины.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из равномерного распределения на отрезке $[-a, a]$.

а) Вычислить математическое ожидание случайной величины $3\overline{X^2} - 7(\overline{X})^2$.

б) Выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из распределения $\mathcal{F}$ и гипотезы $H_1 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{2,4}\}$ и $H_2 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{1,3}\}$. Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(1)} \leqslant 2$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Является ли критерий состоятельным?

4. Дана выборка объёма $n = 4$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,9}$. Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = \Phi_{0,1}(-2)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 1\}$ и $H_2 = \{a = -1\}$. Какую гипотезу выбрал критерий при $\overline{X} = -1$?

5. Проверяется гипотеза о том, что бутерброд падает маслом вниз с вероятностью 0,75. Эта гипотеза принимается, если после n экспериментов число упавших маслом вниз бутербродов заключено в границах $3n/4 \pm \Delta$. Найти, каким должно быть Δ, чтобы данный критерий имел асимптотический размер $\varepsilon = 2\Phi_{0,1}(-2{,}5)$. Проверить гипотезу, если из 10 000 бутербродов маслом вниз упали 7 600 штук.

6. Дана выборка из распределения Пуассона с параметром 1. Выяснить, куда слабо сходится последовательность $\sqrt{n}\,|F_n^*(2) - F(2)|$ при $n \to \infty$.

ФИО						Номер группы
1	2	3	4	5	6	

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью $f(y) = 4\theta^4 y^{-5}$ на интервале $[\theta, +\infty)$, где $\theta > 0$.
а) Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $F_n^*(5\theta) - F_n^*(2\theta)$.
б) Найти при $n = 7$ распределение этой случайной величины.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из биномиального распределения с параметрами 3 и p.
а) Вычислить математическое ожидание случайной величины $7(\overline{X})^2 + S^2$.
б) Выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из распределения $\mathcal{F}$ и гипотезы $H_1 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{-1,1}\}$ и $H_2 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{0,3}\}$. Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(1)} \geqslant 0$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Является ли критерий состоятельным?

4. Дана выборка объёма $n = 25$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,36}$. Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = \Phi_{0,1}(-2)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 3\}$ и $H_2 = \{a = 1\}$. Какую гипотезу выбрал критерий при $\overline{X} = 1$?

5. Проверяется гипотеза о том, что стрелок попадает по мишени с вероятностью 0,9. Гипотеза принимается, если число попаданий после n выстрелов заключено в границах $0{,}9n \pm \Delta$. Найти, каким должно быть Δ, чтобы данный критерий имел асимптотический размер $\varepsilon = 2\Phi_{0,1}(-3)$. Проверить гипотезу, если после 400 выстрелов стрелок попал 340 раз.

6. Найти предел в смысле слабой сходимости последовательности $\sqrt{n}\,\sup_y |F_n^*(y) - F(y)|$ для выборки из распределения Бернулли $B_{0,5}$.

ФИО						Номер группы
1	2	3	4	5	6	

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью $f(y) = 6y^5\theta^{-6}$ на интервале $[0, \theta]$, где $\theta > 0$.
а) Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $F_n^*(\theta/2) - F_n^*(\theta/4)$.
б) Найти при $n = 10$ распределение этой случайной величины.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из равномерного распределения на отрезке $[1, b]$.
а) Вычислить математическое ожидание случайной величины $\overline{X^2} + 5(\overline{X})^2$.
б) Выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из распределения $\mathcal{F}$ и гипотезы $H_1 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{2,4}\}$ и $H_2 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{0,3}\}$. Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(1)} \leqslant 2$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Является ли критерий состоятельным?

4. Дана выборка объёма $n = 36$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,25}$. Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = \Phi_{0,1}(-2)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 2\}$ и $H_2 = \{a = 1\}$. Какую гипотезу выбрал критерий при $\overline{X} = 1$?

5. Для проверки гипотезы о том, что вероятность обнаружить приз-брелок в пачке чипсов «Lays» равна 0,2, куплены n пачек чипсов. Гипотеза принимается, если количество обнаруженных призов заключено в границах $0{,}2n \pm \Delta$. Найти, каким должно быть Δ, чтобы данный критерий имел асимптотический размер $\varepsilon = 2\Phi_{0,1}(-3)$. Проверить гипотезу, если в 10 000 проверенных пачек чипсов обнаружены 1 600 призов.

6. Доказать асимптотическую нормальность несмещённой выборочной дисперсии, построенной по выборке из показательного распределения.

ФИО						Номер группы
1	2	3	4	5	6	

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из показательного распределения с параметром α. Вычислить математическое ожидание случайной величины $(\overline{X})^2 - \dfrac{S_0^2}{n}$ и выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из распределения Пуассона с параметром λ. Обозначим через ν_n число элементов выборки, попавших в отрезок $[1;\ 2]$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $p^* = {}^{\nu_n}\!/_{n}$. Выяснить, как себя ведет p^* при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ и две простые гипотезы: $H_1 = \{\ X_i$ имеют показательное распределение с параметром $1\ \}$, $\quad H_2 = \{\ X_i$ имеют распределение с плотностью $f_2(y)\ \}$, где $f_2(y) = {}^{3}\!/_{y^4}$, если $y \geqslant 1$, иначе $f_2(y) = 0$. Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_2, если $1 \leqslant X_{(n)} \leqslant 3$. В противном случае принимается H_1. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Здесь $X_{(n)} = \max\{X_1, \ldots, X_n\}$.

4. Основная гипотеза о правильности игральной кости принимается, если после n подбрасываний кости число выпавших шестерок отличается от ${}^{n}\!/_{6}$ не более, чем на ${}^{\sqrt{5n}}\!/_{2}$. Иначе принимается альтернатива: кость неправильная, и вероятность выпадения шестерки не равна ${}^{1}\!/_{6}$. Найти пределы размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

5. Дана выборка объёма $n = 16$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,\,9}$. Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = \Phi_{0,\,1}(-3)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 2\}$ и $H_2 = \{a = 0\}$. Какую гипотезу выбрал критерий при $\overline{X} = 0$?

6. Дана выборка из показательного распределения с параметром 1. Выяснить, куда слабо сходится последовательность $\sqrt{n}\ |F_n^*(3) - F(3)|$ при $n \to \infty$.

Фамилия студента											Номер группы
1		2			3		4		5	6	

---

1. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из нормального распределения со средним a и дисперсией σ^2. Вычислить математическое ожидание случайной величины $(\overline{X})^2 - \frac{S_0^2}{n}$ и выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из биномиального распределения с параметрами 5 и p. Обозначим через ν_n число элементов выборки, попавших в отрезок $[1{,}5;\ 3]$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\theta^* = {}^{\nu_n}\!/_{n}$. Выяснить, как себя ведет θ^* при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ и две простые гипотезы: $H_1 = \{\ X_i$ имеют распределение с плотностью $f_1(y)\ \}$, где $f_1(y) = {}^{4y^3}\!/_{3^4}$, если $0 \leqslant y \leqslant 3$, иначе $f_1(y) = 0$, и $H_2 = \{\ X_i$ имеют равномерное распределение на отрезке $[0,\ 4]\ \}$. Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_1, если $2 \leqslant X_{(1)} \leqslant 3$. В противном случае принимается H_2. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Здесь $X_{(1)} = \min\{X_1, \ldots, X_n\}$.

4. Основная гипотеза о правильности монеты принимается, если после n подбрасываний монеты число выпавших гербов отличается от ${}^{n}\!/_{2}$ не более, чем на ${}^{3\sqrt{n}}\!/_{2}$. Найти пределы размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

5. Дана выборка объёма $n = 9$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,\,16}$. Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = \Phi_{0,\,1}(-2)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 1\}$ и $H_2 = \{a = -1\}$. Какую гипотезу выбрал критерий при $\overline{X} = -1$?

6. Найти предел в смысле слабой сходимости последовательности $\sqrt{n}\sup_y |F_n^*(y) - F(y)|$ для выборки из распределения Бернулли $B_{0{,}25}$.

Фамилия студента											Номер группы
1		2			3		4		5	6	

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из распределения Пуассона с параметром λ. Вычислить математическое ожидание случайной величины $(\overline{X})^2 - \dfrac{S^2}{n-1}$ и выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из биномиального распределения с параметрами 3 и p. Обозначим через ν_n число элементов выборки, попавших в отрезок $[1,\ 3]$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $a^* = {}^{\nu_n}\!/_{n}$. Выяснить, как себя ведет a^* при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ и две простые гипотезы: $H_1 = \big\{\, X_i$ имеют равномерное распределение на отрезке $[1,\ 5] \,\big\}$, $\quad H_2 = \big\{\, X_i$ имеют распределение с плотностью $f_2(y) \,\big\}$, где $f_2(y) = 2e^2 \cdot e^{-2y}$, если $y \geqslant 1$, иначе $f_2(y) = 0$. Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_1, если $3 \leqslant X_{(n)} \leqslant 5$. В противном случае принимается H_2. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Здесь $X_{(n)} = \max\{X_1, \ldots, X_n\}$.

4. Проверяется основная гипотеза о том, что бутерброд падает маслом вниз с вероятностью ${}^{3}\!/_{4}$. Основная гипотеза отвергается, если после n экспериментов число упавших маслом вниз бутербродов отличается от ${}^{3n}\!/_{4}$ более, чем на ${}^{3\sqrt{3n}}\!/_{4}$. Найти пределы размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

5. Дана выборка объёма $n = 9$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,\,4}$. Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = \Phi_{0,1}(-2{,}5)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 2\}$ и $H_2 = \{a = 1\}$. Какую гипотезу выбрал критерий при $\overline{X} = 1$?

6. Доказать асимптотическую нормальность несмещённой выборочной дисперсии, построенной по выборке из распределения Пуассона.

Фамилия студента											Номер группы
1		2			3		4		5	6	

---

1. Дана выборка $X_1,\ \ldots,\ X_n$ из нормального распределения со средним a и дисперсией σ^2. Вычислить математическое ожидание случайной величины $(\overline{X})^2 - \frac{S_0^2}{n}$ и выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из распределения Пуассона с параметром λ. Обозначим через ν_n число элементов выборки, попавших в отрезок $[1,\ 2]$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $p^* = {}^{\nu_n}\!/_{n}$. Выяснить, как себя ведет p^* при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ и две простые гипотезы: $H_1 = \big\{\, X_i$ имеют распределение с плотностью $f_1(y) \,\big\}$, где $f_1(y) = {}^{3y^2}\!/_{4^3}$, если $0 \leqslant y \leqslant 4$, иначе $f_1(y) = 0$, и $H_2 = \big\{\, X_i$ имеют показательное распределение с параметром $2 \,\big\}$. Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_2, если $0 \leqslant X_{(1)} \leqslant 2$. В противном случае принимается H_1. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Здесь $X_{(1)} = \min\{X_1, \ldots, X_n\}$.

4. Проверяется основная гипотеза о том, что вероятность выпуска бракованной лампочки равна ${}^{1}\!/_{3}$. Эта гипотеза принимается, если в партии из n лампочек число бракованных лампочек отличается от ${}^{n}\!/_{3}$ не более, чем на $\sqrt{2n}$. Найти пределы размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

5. Дана выборка объёма $n = 4$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,\,9}$. Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = \Phi_{0,1}(-2)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 1\}$ и $H_2 = \{a = -1\}$. Какую гипотезу выбрал критерий при $\overline{X} = -1$?

6. Дана выборка из распределения Пуассона с параметром 1. Выяснить, куда слабо сходится последовательность $\sqrt{n}\ |F_n^*(2) - F(2)|$ при $n \to \infty$.

Фамилия студента											Номер группы
1		2			3		4		5	6	

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного распределения на отрезке $[0,\ \theta]$, где $\theta > 0$. Вычислить математическое ожидание случайной величины $(\overline{X})^2 - \frac{S^2}{n-1}$ и выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из распределения Пуассона с параметром λ. Обозначим через ν_n число элементов выборки, попавших в отрезок $[4,\ 5]$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $p^* = {}^{\nu_n}\!/_{n}$. Выяснить, как себя ведет p^* при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ и две простые гипотезы: $H_1 = \big\{\, X_i$ имеют равномерное распределение на отрезке $[0,\ 4] \,\big\}$, $\quad H_2 = \big\{\, X_i$ имеют распределение с плотностью $f_2(y) \,\big\}$, где $f_2(y) = {}^{2}\!/_{y^3}$, если $y \geqslant 1$, иначе $f_2(y) = 0$. Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_2, если $2 \leqslant X_{(n)} \leqslant 4$. В противном случае принимается H_1. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Здесь $X_{(n)} = \max\{X_1, \ldots, X_n\}$.

4. Проверяется основная гипотеза о том, что стрелок попадает по мишени с вероятностью ${}^{9}\!/_{10}$. Основная гипотеза принимается, если после n выстрелов число попаданий отличается от ${}^{9n}\!/_{10}$ не более, чем на ${}^{9\sqrt{n}}\!/_{10}$. Найти пределы размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

5. Дана выборка объёма $n = 25$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,\,36}$. Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = \Phi_{0,\,1}(-2)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 3\}$ и $H_2 = \{a = 1\}$. Какую гипотезу выбрал критерий при $\overline{X} = 1$?

6. Найти предел в смысле слабой сходимости последовательности $\sqrt{n}\,\sup_y |F_n^*(y) - F(y)|$ для выборки из распределения Бернулли $B_{0,5}$.

Фамилия студента											Номер группы
1		2			3		4		5	6	

---

1. Дана выборка $X_1,\ \ldots,\ X_n$ из нормального распределения со средним a и дисперсией σ^2. Вычислить математическое ожидание случайной величины $(\overline{X})^2 - \frac{S_0^2}{n}$ и выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из биномиального распределения с параметрами 4 и p. Обозначим через ν_n число элементов выборки, попавших в отрезок $[1,\ 3]$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $b^* = {}^{\nu_n}\!/_{n}$. Выяснить, как себя ведет b^* при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ и две простые гипотезы: $H_1 = \big\{\, X_i$ имеют показательное распределение с параметром $3 \,\big\}$, $\quad H_2 = \big\{\, X_i$ имеют распределение с плотностью $f_2(y) \,\big\}$, где $f_2(y) = {}^{2y}\!/_{25}$, если $0 \leqslant y \leqslant 5$, иначе $f_2(y) = 0$. Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_2, если $3 \leqslant X_{(1)} \leqslant 5$. В противном случае принимается H_1. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Здесь $X_{(1)} = \min\{X_1, \ldots, X_n\}$.

4. Проверяется основная гипотеза о том, что 40% взрослого населения составляют пенсионеры, проверяется по выборке объема n. Эта гипотеза принимается, если доля пенсионеров в выборке отличается от ${}^{4n}\!/_{10}$ не более, чем на ${}^{3\sqrt{6n}}\!/_{5}$. Найти пределы размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

5. Дана выборка объёма $n = 36$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,\,25}$. Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = \Phi_{0,\,1}(-2)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 2\}$ и $H_2 = \{a = 1\}$. Какую гипотезу выбрал критерий при $\overline{X} = 1$?

6. Доказать асимптотическую нормальность несмещённой выборочной дисперсии, построенной по выборке из показательного распределения.

Фамилия студента											Номер группы
1		2			3		4		5	6	