1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью $f(y) = 3\theta^3 y^{-4}$ на интервале $[\theta, +\infty)$, где $\theta > 0$.
а) Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $F_n^*(3\theta) - F_n^*(2\theta)$.
б) Найти при $n = 5$ распределение этой случайной величины.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из распределения Пуассона с параметром λ.
а) Вычислить математическое ожидание случайной величины $5(\overline{X})^2 + S^2$.
б) Выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из распределения $\mathcal{F}$ и гипотезы $H_1 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{0,2}\}$ и $H_2 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{1,3}\}$. Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(1)} \geqslant 1$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Является ли критерий состоятельным?

4. Дана выборка объёма $n = 9$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,16}$. Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = \Phi_{0,1}(-2)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 1\}$ и $H_2 = \{a = -1\}$. Какую гипотезу выбрал критерий при $\overline{X} = -1$?

5. Для проверки симметричности монеты её подбросили n раз. Гипотеза симметричности принимается, если число выпадений герба заключено в границах $n/2 \pm \Delta$. Найти, каким должно быть Δ, чтобы данный критерий имел асимптотический размер $\varepsilon = 2\Phi_{0,1}(-3)$. Проверить симметричность монеты, если после 10 000 бросков герб выпал 5 400 раз.

6. Доказать теорему Гливенко — Кантелли для выборки из распределения Бернулли $B_{0,25}$.

ФИО											Номер группы
1		2		3		4		5		6	

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью $f(y) = 4y^3\theta^{-4}$ на интервале $[0, \theta]$, где $\theta > 0$.
а) Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $F_n^*(\theta/2) - F_n^*(\theta/3)$.
б) Найти при $n = 6$ распределение этой случайной величины.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из биномиального распределения с параметрами 2 и p.
а) Вычислить математическое ожидание случайной величины $5\overline{X^2} + 3(\overline{X})^2$.
б) Выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из распределения $\mathcal{F}$ и гипотезы $H_1 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{1,3}\}$ и $H_2 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{0,2}\}$. Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(1)} \leqslant 1$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Является ли критерий состоятельным?

4. Дана выборка объёма $n = 16$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,9}$. Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = \Phi_{0,1}(-3)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 2\}$ и $H_2 = \{a = 0\}$. Какую гипотезу выбрал критерий при $\overline{X} = 0$?

5. Для проверки симметричности игральной кости её подбросили n раз. Гипотеза симметричности принимается, если количество выпадений единички заключено в границах $n/6 \pm \Delta$. Найти, каким должно быть Δ, чтобы данный критерий имел асимптотический размер $\varepsilon = 2\Phi_{0,1}(-2)$. Проверить симметричность кости, если после 3 600 бросков единица выпала 540 раз.

6. Дана выборка из показательного распределения с параметром 1. Выяснить, куда слабо сходится последовательность $\sqrt{n}\,|F_n^*(3) - F(3)|$ при $n \to \infty$.

ФИО											Номер группы
1		2		3		4		5		6	

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью $f(y) = 5\theta^5 y^{-6}$ на интервале $[\theta,\, +\infty)$, где $\theta > 0$.
а) Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $F_n^*(4\theta) - F_n^*(3\theta)$.
б) Найти при $n = 4$ распределение этой случайной величины.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из показательного распределения с параметром α.
а) Вычислить математическое ожидание случайной величины $2(\overline{X})^2 - 5S^2$.
б) Выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из распределения $\mathcal{F}$ и гипотезы $H_1 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{1,3}\}$ и $H_2 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{2,5}\}$. Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(1)} \geqslant 2$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Является ли критерий состоятельным?

4. Дана выборка объёма $n = 9$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,\,4}$. Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = \Phi_{0,1}(-2{,}5)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 2\}$ и $H_2 = \{a = 1\}$. Какую гипотезу выбрал критерий при $\overline{X} = 1$?

5. Для проверки гипотезы о симметричности тетраэдра его подбросили n раз. Гипотеза симметричности принимается, если число выпадений помеченной грани заключено в границах $n/4 \pm \Delta$. Найти, каким должно быть Δ, чтобы данный критерий имел асимптотический размер $\varepsilon = 2\Phi_{0,1}(-2)$. Проверить симметричность тетраэдра, если после 1 600 бросков помеченная грань выпала 430 раз.

6. Доказать асимптотическую нормальность несмещённой выборочной дисперсии, построенной по выборке из распределения Пуассона.

ФИО						Номер группы
1	2	3	4	5	6	

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью $f(y) = 5y^4\theta^{-5}$ на интервале $[0,\, \theta]$, где $\theta > 0$.
а) Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $F_n^*(2\theta/3) - F_n^*(\theta/3)$.
б) Найти при $n = 8$ распределение этой случайной величины.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из равномерного распределения на отрезке $[-a,\, a]$.
а) Вычислить математическое ожидание случайной величины $3\overline{X^2} - 7(\overline{X})^2$.
б) Выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из распределения $\mathcal{F}$ и гипотезы $H_1 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{2,4}\}$ и $H_2 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{1,3}\}$. Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(1)} \leqslant 2$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Является ли критерий состоятельным?

4. Дана выборка объёма $n = 4$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,\,9}$. Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = \Phi_{0,1}(-2)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 1\}$ и $H_2 = \{a = -1\}$. Какую гипотезу выбрал критерий при $\overline{X} = -1$?

5. Проверяется гипотеза о том, что бутерброд падает маслом вниз с вероятностью 0,75. Эта гипотеза принимается, если после n экспериментов число упавших маслом вниз бутербродов заключено в границах $3n/4 \pm \Delta$. Найти, каким должно быть Δ, чтобы данный критерий имел асимптотический размер $\varepsilon = 2\Phi_{0,1}(-2{,}5)$. Проверить гипотезу, если из 10 000 бутербродов маслом вниз упали 7 600 штук.

6. Дана выборка из распределения Пуассона с параметром 1. Выяснить, куда слабо сходится последовательность $\sqrt{n}\,|F_n^*(2) - F(2)|$ при $n \to \infty$.

ФИО						Номер группы
1	2	3	4	5	6	

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью $f(y) = 4\theta^4 y^{-5}$ на интервале $[\theta,\, +\infty)$, где $\theta > 0$.

а) Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $F_n^*(5\theta) - F_n^*(2\theta)$.

б) Найти при $n = 7$ распределение этой случайной величины.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из биномиального распределения с параметрами 3 и p.

а) Вычислить математическое ожидание случайной величины $7(\overline{X})^2 + S^2$.

б) Выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из распределения $\mathcal{F}$ и гипотезы $H_1 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{-1,1}\}$ и $H_2 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{0,3}\}$. Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(1)} \geqslant 0$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Является ли критерий состоятельным?

4. Дана выборка объёма $n = 25$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,\,36}$. Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = \Phi_{0,1}(-2)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 3\}$ и $H_2 = \{a = 1\}$. Какую гипотезу выбрал критерий при $\overline{X} = 1$?

5. Проверяется гипотеза о том, что стрелок попадает по мишени с вероятностью 0,9. Гипотеза принимается, если число попаданий после n выстрелов заключено в границах $0{,}9n \pm \Delta$. Найти, каким должно быть Δ, чтобы данный критерий имел асимптотический размер $\varepsilon = 2\Phi_{0,1}(-3)$. Проверить гипотезу, если после 400 выстрелов стрелок попал 340 раз.

6. Доказать теорему Гливенко — Кантелли для выборки из распределения Бернулли $B_{0{,}75}$.

ФИО						Номер группы
1	2	3	4	5	6	

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью $f(y) = 6y^5\theta^{-6}$ на интервале $[0,\, \theta]$, где $\theta > 0$.

а) Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $F_n^*(\theta/2) - F_n^*(\theta/4)$.

б) Найти при $n = 10$ распределение этой случайной величины.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из равномерного распределения на отрезке $[1,\, b]$.

а) Вычислить математическое ожидание случайной величины $\overline{X^2} + 5(\overline{X})^2$.

б) Выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из распределения $\mathcal{F}$ и гипотезы $H_1 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{2,4}\}$ и $H_2 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{0,3}\}$. Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(1)} \leqslant 2$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Является ли критерий состоятельным?

4. Дана выборка объёма $n = 36$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,\,25}$. Построить наиболее мощный критерий размера $\varepsilon = \Phi_{0,1}(-2)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 2\}$ и $H_2 = \{a = 1\}$. Какую гипотезу выбрал критерий при $\overline{X} = 1$?

5. Для проверки гипотезы о том, что вероятность обнаружить приз-брелок в пачке чипсов «Lays» равна 0,2, куплены n пачек чипсов. Гипотеза принимается, если количество обнаруженных призов заключено в границах $0{,}2n \pm \Delta$. Найти, каким должно быть Δ, чтобы данный критерий имел асимптотический размер $\varepsilon = 2\Phi_{0,1}(-3)$. Проверить гипотезу, если в 10 000 проверенных пачек чипсов обнаружены 1 600 призов.

6. Доказать асимптотическую нормальность несмещённой выборочной дисперсии, построенной по выборке из показательного распределения.

ФИО						Номер группы
1	2	3	4	5	6	