1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью

$$f(y) = \begin{cases} 3/y^4, & \text{если } y \geqslant 1, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Вычислить математическое ожидание выборочной дисперсии.
б) Выяснить, как выборочная дисперсия себя ведёт при $n \to \infty$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из распределения Пуассона с параметром λ.
а) Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $F_n^*(3) - F_n^*(1)$.
б) Выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$. Гипотеза H_1 состоит в том, что X_i имеют показательное распределение с параметром 1, гипотеза H_2 — в том, что X_i имеют распределение с плотностью $f(y)$ из задачи 1. Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(1)} \geqslant 1,\ X_{(n)} \leqslant 4$.
Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия.

4. Основная гипотеза о правильности игральной кости принимается, если после n подбрасываний кости число выпавших шестерок отличается от $n/6$ не более чем на $0{,}5\sqrt{5n}$. Иначе принимается альтернатива: кость неправильная, и вероятность выпадения шестерки не равна $1/6$.
Найти пределы размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

5. Дана выборка объёма 2 из показательного распределения с параметром β. Построить наиболее мощный критерий размера $\alpha_1 = 0{,}25$ для различения гипотез $H_1 = \{\beta = 1\}$ и $H_2 = \{\beta = 2\}$.

ФИО										Номер группы
1		2		3		4		5		

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью

$$f(y) = \begin{cases} 4y^3/3^4, & \text{если } 0 \leqslant y \leqslant 3, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Вычислить математическое ожидание величины $(\overline{X})^2$.
б) Выяснить, как $(\overline{X})^2$ себя ведёт при $n \to \infty$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из биномиального распределения с параметрами 5 и p.
а) Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $F_n^*(4) - F_n^*(2)$.
б) Выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$. Гипотеза H_1 состоит в том, что X_i имеют распределение с плотностью $f(y)$ из задачи 1, гипотеза H_2 — в том, что X_i имеют равномерное распределение на отрезке $[0,\ 4]$. Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_1, если $X_{(1)} \geqslant 2,\ X_{(n)} \leqslant 3$.
Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия.

4. Основная гипотеза о правильности монеты принимается, если после n подбрасываний монеты число выпавших гербов отличается от $n/2$ не более чем на $1{,}5\sqrt{n}$.
Найти пределы размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

5. Дана выборка объёма 2 из нормального распределения с параметрами a и $\sigma^2 = 4$. Построить наиболее мощный критерий размера $\alpha_1 = 0{,}05$ для различения гипотез $H_1 = \{a = -1\}$ и $H_2 = \{a = 1\}$. Вычислить мощность этого критерия.

ФИО											Номер группы
1		2		3		4		5			

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из распределения с плотностью

$$f(y) = \begin{cases} 5/y^6\,, & \text{если } y \geqslant 1, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Вычислить математическое ожидание выборочной дисперсии.
б) Выяснить, как выборочная дисперсия себя ведёт при $n \to \infty$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из геометрического распределения с параметром p.
а) Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $F_n^*(5) - F_n^*(3)$.
б) Выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$. Гипотеза H_1 состоит в том, что X_i имеют распределение с плотностью $f(y)$ из задачи 1, гипотеза H_2 — в том, что X_i имеют равномерное распределение на отрезке $[1,\ 5]$. Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(1)} \geqslant 2,\ X_{(n)} \leqslant 5$.

Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия.

4. Проверяется основная гипотеза о том, что бутерброд падает маслом вниз с вероятностью 0,75. Основная гипотеза отвергается, если после n экспериментов число упавших маслом вниз бутербродов отличается от $0{,}75n$ более чем на $0{,}75\sqrt{n}$.

Найти пределы размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

5. Дана выборка объёма 2 из показательного распределения с параметром β. Построить наиболее мощный критерий размера $\alpha_1 = 0{,}25$ для различения гипотез $H_1 = \{\beta = 2\}$ и $H_2 = \{\beta = 1\}$.

ФИО						Номер группы
1	2	3	4	5		

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из распределения с плотностью

$$f(y) = \begin{cases} 3y^2/4^3\,, & \text{если } 0 \leqslant y \leqslant 4, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Вычислить математическое ожидание величины $(\overline{X})^2$.
б) Выяснить, как $(\overline{X})^2$ себя ведёт при $n \to \infty$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из биномиального распределения с параметрами 6 и p.
а) Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $F_n^*(3) - F_n^*(1)$.
б) Выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$. Гипотеза H_1 состоит в том, что X_i имеют распределение с плотностью $f(y)$ из задачи 1, гипотеза H_2 — в том, что X_i имеют показательное распределение с параметром 2. Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_1, если $X_{(1)} \geqslant 2,\ X_{(n)} \leqslant 4$.

Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия.

4. Проверяется основная гипотеза о том, что вероятность выпуска бракованной лампочки равна $1/3$. Эта гипотеза принимается, если в партии из n лампочек число бракованных лампочек отличается от $n/3$ не более чем на $\sqrt{2n}$.

Найти пределы размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

5. Дана выборка объёма 2 из нормального распределения с параметрами a и $\sigma^2 = 9$. Построить наиболее мощный критерий размера $\alpha_1 = 0{,}1$ для различения гипотез $H_1 = \{a = -2\}$ и $H_2 = \{a = 2\}$. Вычислить мощность этого критерия.

ФИО						Номер группы
1	2	3	4	5		

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью

$$f(y) = \begin{cases} 4/y^5, & \text{если } y \geqslant 1, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Вычислить математическое ожидание выборочной дисперсии.
б) Выяснить, как выборочная дисперсия себя ведёт при $n \to \infty$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из распределения Пуассона с параметром λ.
а) Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $F_n^*(5) - F_n^*(2)$.
б) Выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$. Гипотеза H_1 состоит в том, что X_i имеют показательное распределение с параметром 1, гипотеза H_2 — в том, что X_i имеют распределение с плотностью $f(y)$ из задачи 1. Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(1)} \geqslant 1$, $X_{(n)} \leqslant 3$.

Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия.

4. Проверяется основная гипотеза о том, что стрелок попадает по мишени с вероятностью 0,9. Основная гипотеза принимается, если после n выстрелов число попаданий отличается от $0{,}9n$ не более чем на $0{,}9\sqrt{n}$.

Найти пределы размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

5. Дана выборка объёма 2 из показательного распределения с параметром γ. Построить наиболее мощный критерий размера $\alpha_1 = 0{,}1$ для различения гипотез $H_1 = \{\gamma = 3\}$ и $H_2 = \{\gamma = 2\}$.

ФИО						Номер группы
1	2	3	4	5		

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью

$$f(y) = \begin{cases} 5y^4/4^5, & \text{если } 0 \leqslant y \leqslant 4, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Вычислить математическое ожидание величины $(\overline{X})^2$.
б) Выяснить, как $(\overline{X})^2$ себя ведёт при $n \to \infty$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из биномиального распределения с параметрами 4 и p.
а) Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $F_n^*(3) - F_n^*(1)$.
б) Выяснить, как эта величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$. Гипотеза H_1 состоит в том, что X_i имеют распределение с плотностью $f(y)$ из задачи 1, гипотеза H_2 — в том, что X_i имеют равномерное распределение на отрезке $[0,\ 5]$. Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_1, если $X_{(1)} \geqslant 2$, $X_{(n)} \leqslant 4$.

Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия.

4. Основная гипотеза о том, что 40% взрослого населения составляют пенсионеры, проверяется по выборке объема n. Эта гипотеза принимается, если число пенсионеров в выборке отличается от $0{,}4n$ не более чем на $0{,}6\sqrt{6n}$.

Найти пределы размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

5. Дана выборка объёма 2 из нормального распределения с параметрами a и $\sigma^2 = 16$. Построить наиболее мощный критерий размера $\alpha_1 = 0{,}15$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 1\}$ и $H_2 = \{a = 2\}$. Вычислить мощность этого критерия.

ФИО						Номер группы
1	2	3	4	5		