1. Пусть $X_1, \ldots, X_5$ — выборка объёма 5 из равномерного распределения на отрезке $[0,\ 1]$. Проверить независимость порядковых статистик $X_{(1)}$ и $X_{(5)}$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения Пуассона с параметром λ, и ν_n — число элементов выборки, попавших в отрезок $[3,\ 5]$. Найти:
а) таблицу распределения случайной величины $\nu_2/2$,
б) предел последовательности ν_n/n в смысле сходимости по вероятности.

3. Дана выборка X_1, X_2 объёма 2 из показательного распределения с параметром β. Построить наиболее мощный критерий размера $\alpha_1 = 0,25$ для различения двух простых гипотез: $H_1 = \{\beta = 1\}$ и $H_2 = \{\beta = 2\}$.

4. Вычислить математическое ожидание выборочной дисперсии, построенной по выборке $X_1, \ldots, X_n$ объёма n из распределения с плотностью
$$f(y) = \begin{cases} 3y^2, & \text{если } y \in [0,\ 1], \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из биномиального распределения с параметрами 3 и p. Для проверки гипотез $H_1 = \{p = 0{,}2\}$ и $H_2 = \{p = 0{,}5\}$ используется критерий δ с критической областью $S = \left\{\overline{X} > 0,6\right\}$. Найти предел размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_4$ — выборка объёма 4 из распределения Пуассона с параметром 2. Проверить независимость порядковых статистик $X_{(1)}$ и $X_{(4)}$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из показательного распределения с параметром α, и ν_n — число элементов выборки, **не** попавших в отрезок $[-5,\ 5]$. Найти:
а) таблицу распределения случайной величины $\nu_3/3$,
б) предел последовательности ν_n/n в смысле сходимости по вероятности.

3. Дана выборка X_1, X_2 объёма 2 из нормального распределения с параметрами a и $\sigma^2 = 4$. Построить наиболее мощный критерий размера $\alpha_1 = 0,05$ для различения двух простых гипотез: $H_1 = \{a = -1\}$ и $H_2 = \{a = 1\}$.

4. Вычислить математическое ожидание выборочной дисперсии, построенной по выборке $X_1, \ldots, X_n$ объёма n из распределения с плотностью
$$f(y) = \begin{cases} 2 - 2y, & \text{если } y \in [0,\ 1], \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из равномерного распределения на отрезке $[0,\ a]$. Для проверки гипотез $H_1 = \{a = 5\}$ и $H_2 = \{a = 2\}$ используется критерий δ с критической областью $S = \left\{\overline{X} < 1\right\}$. Найти предел размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_6$ — выборка объёма 6 из распределения Бернулли с параметром $1/3$. Проверить независимость порядковых статистик $X_{(1)}$ и $X_{(6)}$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из нормального распределения с параметрами $a = 1$ и σ^2, и ν_n — число элементов выборки, больших единицы. Найти:
а) таблицу распределения случайной величины $\nu_4/4$,
б) предел последовательности ν_n/n в смысле сходимости по вероятности.

3. Дана выборка X_1 объёма 1. Построить наиболее мощный критерий размера $\alpha_1 = 0{,}2$ для различения двух простых гипотез: $H_1 = \{X_1 \Subset U_{0,1}\}$ (равномерное на $[0,\ 1]$), $H_2 = \{X_1 \Subset E_1\}$ (показательное с параметром 1).

4. Вычислить математическое ожидание выборочной дисперсии, построенной по выборке $X_1, \ldots, X_n$ объёма n из распределения с плотностью
$$f(y) = \begin{cases} 2y, & \text{если } y \in [0,\ 1], \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из показательного распределения с параметром β. Для проверки гипотез $H_1 = \{\beta = 2\}$ и $H_2 = \{\beta = 3\}$ используется критерий δ с критической областью $S = \left\{\overline{X} < 1/2\right\}$. Найти предел размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

1. Пусть $X_1, \ldots, X_7$ — выборка объёма 7 из показательного распределения с параметром 4. Проверить независимость порядковых статистик $X_{(1)}$ и $X_{(7)}$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из биномиального распределения с параметрами 4 и p, и ν_n — число элементов выборки, попавших в отрезок $[1,\ 3]$. Найти:
а) таблицу распределения случайной величины $\nu_2/2$,
б) предел последовательности ν_n/n в смысле сходимости по вероятности.

3. Дана выборка X_1, X_2 объёма 2 из показательного распределения с параметром α. Построить наиболее мощный критерий размера $\alpha_1 = 1/3$ для различения двух простых гипотез: $H_1 = \{\alpha = 2\}$ и $H_2 = \{\alpha = 1\}$.

4. Вычислить математическое ожидание выборочной дисперсии, построенной по выборке $X_1, \ldots, X_n$ объёма n из распределения с плотностью

$$f(y) = \begin{cases} 4y^3, & \text{если } y \in [0,\ 1], \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из равномерного распределения на отрезке $[a,\ a+12]$. Для проверки гипотез $H_1 = \{a = 1\}$ и $H_2 = \{a = 3\}$ используется критерий δ с критической областью $S = \left\{\overline{X} > 9\right\}$. Найти предел размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_8$ — выборка объёма 8 из равномерного распределения на отрезке $[-3,\ 3]$. Проверить независимость порядковых статистик $X_{(1)}$ и $X_{(8)}$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения Пуассона с параметром λ, и ν_n — число элементов выборки, **не** попавших в отрезок $[2,\ 4]$. Найти:
а) таблицу распределения случайной величины $\nu_3/3$,
б) предел последовательности ν_n/n в смысле сходимости по вероятности.

3. Дана выборка X_1 объёма 1 из нормального распределения с параметрами a и $\sigma^2 = 1$. Построить наиболее мощный критерий размера $\alpha_1 = 0,1$ для различения двух простых гипотез: $H_1 = \{a = 1\}$ и $H_2 = \{a = -1\}$.

4. Вычислить математическое ожидание выборочной дисперсии, построенной по выборке $X_1, \ldots, X_n$ объёма n из распределения с плотностью

$$f(y) = \begin{cases} 3(1-y)^2, & \text{если } y \in [0,\ 1], \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из показательного распределения с параметром γ. Для проверки гипотез $H_1 = \{\gamma = 3\}$ и $H_2 = \{\gamma = 1\}$ используется критерий δ с критической областью $S = \left\{\overline{X} > 1/3\right\}$. Найти предел размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_9$ — выборка объёма 9 из биномиального распределения с параметрами 2 и $1/4$. Проверить независимость порядковых статистик $X_{(1)}$ и $X_{(9)}$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из показательного распределения с параметром α, и ν_n — число элементов выборки, попавших в отрезок $[-1,\ 3]$. Найти:
а) таблицу распределения случайной величины $\nu_4/4$,
б) предел последовательности ν_n/n в смысле сходимости по вероятности.

3. Дана выборка X_1 объёма 1. Построить наиболее мощный критерий размера $\alpha_1 = 0{,}1$ для различения двух простых гипотез: $H_1 = \{X_1 \Subset U_{0,1}\}$ (равномерное на $[0,\ 1]$), $H_2 = \{X_1 \Subset E_2\}$ (показательное с параметром 2).

4. Вычислить математическое ожидание выборочной дисперсии, построенной по выборке $X_1, \ldots, X_n$ объёма n из распределения с плотностью

$$f(y) = \begin{cases} 4y^5, & \text{если } y \in [0,\ 1], \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из распределения Пуассона с параметром λ. Для проверки гипотез $H_1 = \{\lambda = 1\}$ и $H_2 = \{\lambda = 2\}$ используется критерий δ с критической областью $S = \left\{\overline{X} < 2\right\}$. Найти предел размера и мощности этого критерия при $n \to \infty$.