1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из нормального распределения с параметрами a и σ^2. Найти математическое ожидание выборочной дисперсии, построенной по этой выборке, и выяснить, как выборочная дисперсия ведет себя при $n \to \infty$.
Примечание. Провести вычисления, не ссылаясь на соответствующие утверждения из лекций.

2. Пусть X_1, X_2, X_3 — выборка объёма 3 из равномерного распределения на отрезке $[-2, 2]$, и $F^*(y)$ — эмпирическая функция распределения, построенная по этой выборке. Найти таблицу распределения случайной величины $F^*(1)$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_4$ объёма 4 и две простые гипотезы: H_1={X_i имеют распределение с плотностью f_1}, H_2={X_i имеют распределение с плотностью f_2}, где

$$f_1(y) = \begin{cases} 3y^2, & \text{если } y \in [0,1], \\ 0 & \text{иначе;} \end{cases} \qquad f_2(y) = \begin{cases} 1, & \text{если } y \in [0,1], \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_1, если не менее трёх элементов выборки попадёт в отрезок $[0.5, 1]$, и альтернативу H_2 — в противном случае. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия.

4. Пусть $X_1, \ldots, X_5$ — выборка объёма 5 из распределения Пуассона с параметром 1, и ν — число элементов выборки, попавших в отрезок $[1.5, 3.5]$. Найти дисперсию случайной величины $\nu/5$.

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из биномиального распределения с параметрами 2 и p. Проверяется гипотеза $H_1 = \{p = 0.1\}$ против $H_2 = \{p = 0.9\}$. Критерий δ имеет критическую область $S = \left\{\overline{X} > 1 + \dfrac{1}{n}\right\}$. Найти предел размера этого критерия при $n \to \infty$.

Фамилия студента								Номер группы
1		2	3		4	5		

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из показательного распределения с параметром α. Найти математическое ожидание выборочной дисперсии, построенной по этой выборке, и выяснить, как выборочная дисперсия ведет себя при $n \to \infty$.
Примечание. Провести вычисления, не ссылаясь на соответствующие утверждения из лекций.

2. Пусть X_1, X_2, X_3 — выборка объёма 3 из равномерного распределения на отрезке $[1, 4]$, и $F^*(y)$ — эмпирическая функция распределения, построенная по этой выборке. Найти таблицу распределения случайной величины $F^*(3) - F^*(2)$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_4$ объёма 4 и две простые гипотезы: H_1={X_i имеют распределение с плотностью f_1}, H_2={X_i имеют распределение с плотностью f_2}, где

$$f_1(y) = \begin{cases} 3e^{-3y}, & \text{если } y > 0, \\ 0 & \text{иначе;} \end{cases} \qquad f_2(y) = \begin{cases} e^{-y}, & \text{если } y > 0, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_1, если не менее двух элементов выборки попадут в интервал $(0, 1)$, и альтернативу H_2 — в противном случае. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия.

4. Пусть $X_1, \ldots, X_4$ — выборка объёма 4 из распределения Пуассона с параметром 1, и ν — число элементов выборки, попавших в отрезок $[-1.5, 1.5]$. Найти дисперсию случайной величины $\nu/4$.

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из распределения Бернулли с параметром p. Проверяется гипотеза $H_1 = \{p = 0.8\}$ против $H_2 = \{p = 0.2\}$. Критерий δ имеет критическую область $S = \left\{\overline{X} < 0.5 - \dfrac{1}{n}\right\}$. Найти предел мощности этого критерия при $n \to \infty$.

Фамилия студента								Номер группы
1		2	3		4	5		

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из распределения Пуассона с параметром λ. Найти математическое ожидание выборочной дисперсии, построенной по этой выборке, и выяснить, как выборочная дисперсия ведет себя при $n \to \infty$.
Примечание. Провести вычисления, не ссылаясь на соответствующие утверждения из лекций.

2. Пусть X_1, X_2, X_3, X_4 — выборка объёма 4 из равномерного распределения на отрезке $[0, 1]$, и $F^*(y)$ — эмпирическая функция распределения, построенная по этой выборке. Найти таблицу распределения случайной величины $F^*(1/2)$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_5$ объёма 5 и две простые гипотезы: H_1={X_i имеют распределение с плотностью f_1}, H_2={X_i имеют распределение с плотностью f_2}, где

$$f_1(y) = \begin{cases} 2y, & \text{если } y \in [0,1], \\ 0 & \text{иначе;} \end{cases} \qquad f_2(y) = \begin{cases} 2-2y, & \text{если } y \in [0,1], \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_1, если не более двух элементов выборки попало в отрезок $[0, 0.5]$, и альтернативу H_2 — в противном случае. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия.

4. Пусть $X_1, \ldots, X_3$ — выборка объёма 3 из распределения Пуассона с параметром 2, и ν — число элементов выборки, попавших в отрезок $[2.5, 4]$. Найти дисперсию случайной величины $\nu/3$.

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из показательного распределения с параметром α. Проверяется гипотеза $H_1 = \{\alpha = 1\}$ против $H_2 = \{\alpha = 0.5\}$. Критерий δ имеет критическую область $S = \left\{\overline{X} > 3 + \dfrac{1}{n}\right\}$. Найти предел размера этого критерия при $n \to \infty$.

Фамилия студента						Номер группы
1	2	3	4	5		

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного распределения на отрезке $[0, a]$. Найти математическое ожидание выборочной дисперсии, построенной по этой выборке, и выяснить, как выборочная дисперсия ведет себя при $n \to \infty$.
Примечание. Провести вычисления, не ссылаясь на соответствующие утверждения из лекций.

2. Пусть X_1, X_2, X_3 — выборка объёма 3 из показательного распределения с параметром 1, и $F^*(y)$ — эмпирическая функция распределения, построенная по этой выборке. Найти таблицу распределения случайной величины $F^*(2)$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_4$ объёма 4 и две простые гипотезы: H_1={X_i имеют распределение с плотностью f_1}, H_2={X_i имеют распределение с плотностью f_2}, где

$$f_1(y) = \begin{cases} e^{-y}, & \text{если } y > 0, \\ 0 & \text{иначе;} \end{cases} \qquad f_2(y) = \begin{cases} 2e^{-2y}, & \text{если } y > 0, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_1, если не менее двух элементов выборки попадут в интервал $(1, \infty)$, и альтернативу H_2 — в противном случае. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия.

4. Пусть $X_1, \ldots, X_5$ — выборка объёма 5 из распределения Пуассона с параметром 1, и ν — число элементов выборки, попавших в отрезок $[0, 1.5]$. Найти дисперсию случайной величины $\nu/5$.

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из распределения Бернулли с параметром p. Проверяется гипотеза $H_1 = \{p = 0.2\}$ против $H_2 = \{p = 0.9\}$. Критерий δ имеет критическую область $S = \left\{\overline{X} > 0.6 + \dfrac{1}{n}\right\}$. Найти предел мощности этого критерия при $n \to \infty$.

Фамилия студента						Номер группы
1	2	3	4	5		