1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из нормального распределения с параметрами a и $\sigma^2 = 4$. Вычислить математические ожидания $\mathsf{E}\big(\overline{X}\big)^2$ и $\mathsf{E}S^2$, где S^2 — выборочная дисперсия. Выяснить, как себя ведут величины $\overline{X}$ и S^2 при $n \to \infty$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из равномерного распределения на отрезке $[-2, 2]$. Обозначим через ν_n число элементов выборки, **не** попавших в отрезок $[0,\ 1]$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $p^* = \nu_n/n$. Выяснить, как себя ведет p^* при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ и две простые гипотезы: $H_1 = \big\{\, X_i$ имеют распределение с плотностью $f_2(y) \,\big\}$, $H_2 = \big\{\, X_i$ имеют показательное распределение с параметром $1 \,\big\}$, где

$$f_2(y) = \begin{cases} 3/y^4, & \text{если } y \geqslant 1, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_1, если $X_{(n)} \geqslant 2$. В противном случае принимается H_2. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия.

4. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из показательного распределения с параметром α. Построить наиболее мощный критерий асимптотического размера ε для различения двух простых гипотез $H_1 = \{\alpha = 7\}$ и $H_2 = \{\alpha = 2\}$.

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из показательного распределения с параметром 1. Обозначим через ν_n число элементов выборки, не превышающих 2. Указать какую-нибудь последовательность чисел c_n таких, что последовательность $\dfrac{\nu_n - c_n}{\sqrt{n}}$ слабо сходится к некоторому нормальному распределению.

Фамилия студента												Номер группы
1				2			3		4	5		

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из распределения Пуассона с параметром λ. Вычислить математические ожидания $\mathsf{E}\overline{X^2}$ и $\mathsf{E}S_0^2$, где S_0^2 — несмещенная выборочная дисперсия. Выяснить, как себя ведут величины $\overline{X}$ и S_0^2 при $n \to \infty$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из показательного распределения с параметром α. Обозначим через ν_n число элементов выборки, **не** попавших в отрезок $[1,\ 3]$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $p^* = \nu_n/n$. Выяснить, как себя ведет p^* при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ и две простые гипотезы: $H_1 = \big\{\, X_i$ имеют распределение с плотностью $f_1(y) \,\big\}$, где

$$f_1(y) = \begin{cases} 4y^3/3^4, & \text{если } 0 \leqslant y \leqslant 3, \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases}$$

$H_1 = \big\{\, X_i$ имеют равномерное распределение на отрезке $[0,\ 5] \,\big\}$. Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_1, если $X_{(n)} \leqslant 3$. В противном случае принимается H_2. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия.

4. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из нормального распределения с параметрами a и $\sigma^2 = 9$. Построить наиболее мощный критерий размера ε для различения двух простых гипотез $H_1 = \{a = 4\}$ и $H_2 = \{a = 1\}$.

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из распределения Пуассона с параметром 3. Обозначим через ν_n число элементов выборки, не превышающих 0. Указать какую-нибудь последовательность чисел c_n таких, что последовательность $\dfrac{\nu_n - c_n}{\sqrt{n}}$ слабо сходится к некоторому нормальному распределению.

Фамилия студента												Номер группы
1				2			3		4	5		

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из показательного распределения с параметром α. Вычислить математические ожидания $\mathsf{E}\overline{X^3}$ и $\mathsf{E}S^2$, где S^2 — выборочная дисперсия. Выяснить, как себя ведут величины $\overline{X}$ и S^2 при $n \to \infty$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из равномерного распределения на отрезке $[1,\ 4]$. Обозначим через ν_n число элементов выборки, **не** попавших в отрезок $[2,\ 3]$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $p^* = \nu_n/n$. Выяснить, как себя ведет p^* при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ и две простые гипотезы: $H_1 = \{\, X_i$ имеют равномерное распределение на отрезке $[0,\ 5]\,\}$, $\quad H_2 = \{\, X_i$ имеют распределение с плотностью $f_2(y)\,\}$, где

$$f_2(y) = \begin{cases} e^{1-y}, & \text{если } y \geqslant 1, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(n)} \geqslant 3$. В противном случае принимается H_1. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия.

4. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из нормального распределения с параметрами a и $\sigma^2 = 4$. Построить наиболее мощный критерий размера ε для различения двух простых гипотез $H_1 = \{a = 6\}$ и $H_2 = \{a = 3\}$.

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из показательного распределения с параметром 3. Обозначим через ν_n число элементов выборки, не превышающих 7. Указать какую-нибудь последовательность чисел c_n таких, что последовательность $\dfrac{\nu_n - c_n}{\sqrt{n}}$ слабо сходится к некоторому нормальному распределению.

Фамилия студента												Номер группы
1				2			3		4	5		

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного распределения на отрезке $[0, 1]$. Вычислить математические ожидания $\mathsf{E}\overline{X^4}$ и $\mathsf{E}S^2$, где S^2 — выборочная дисперсия. Выяснить, как себя ведут величины $\overline{X^4}$ и S^2 при $n \to \infty$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из равномерного распределения на отрезке $[1,\ 7]$. Обозначим через ν_n число элементов выборки, **не** попавших в отрезок $[2,\ 4]$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $p^* = \nu_n/n$. Выяснить, как себя ведет p^* при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ и две простые гипотезы: $H_1 = \{\, X_i$ имеют распределение с плотностью $f_1(y)\,\}$, где

$$f_1(y) = \begin{cases} 3y^2/4^3, & \text{если } 0 \leqslant y \leqslant 4, \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases}$$

$H_1 = \{\, X_i$ имеют показательное распределение с параметром $3\,\}$. Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(n)} \leqslant 3$. В противном случае принимается H_1. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия.

4. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из нормального распределения с параметрами a и $\sigma^2 = 9$. Построить наиболее мощный критерий размера ε для различения двух простых гипотез $H_1 = \{a = 8\}$ и $H_2 = \{a = 2\}$.

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из биномиального распределения с параметрами 3 и $1/2$. Обозначим через ν_n число элементов выборки, не превышающих 1. Указать какую-нибудь последовательность чисел c_n таких, что последовательность $\dfrac{\nu_n - c_n}{\sqrt{n}}$ слабо сходится к некоторому нормальному распределению.

Фамилия студента												Номер группы
1				2			3		4	5		

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного распределения на отрезке $[-4,\ 4]$. Вычислить математические ожидания $\mathsf{E}\big(\overline{X}\big)^2$ и $\mathsf{E}S_0^2$, где S_0^2 — несмещенная выборочная дисперсия. Выяснить, как себя ведут величины $(\overline{X})^2$ и S_0^2 при $n \to \infty$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из показательного распределения с параметром $\alpha = 2$. Обозначим через ν_n число элементов выборки, **не** попавших в отрезок $[4,\ 5]$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $p^* = \nu_n/n$. Выяснить, как себя ведет p^* при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ и две простые гипотезы: $H_1 = \big\{\, X_i$ имеют равномерное распределение на отрезке $[0,\ 4]\,\big\}$, $\quad H_2 = \big\{\, X_i$ имеют распределение с плотностью $f_2(y)\,\big\}$, где

$$f_2(y) = \begin{cases} 2/y^3, & \text{если } y \geqslant 1, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_1, если $X_{(n)} \leqslant 3$. В противном случае принимается H_2. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия.

4. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из показательного распределения с параметром γ. Построить наиболее мощный критерий асимптотического размера ε для различения двух простых гипотез $H_1 = \{\gamma = 10\}$ и $H_2 = \{\gamma = 1\}$.

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из показательного распределения с параметром 2. Обозначим через ν_n число элементов выборки, не превышающих 3. Указать какую-нибудь последовательность чисел c_n таких, что последовательность $\dfrac{\nu_n - c_n}{\sqrt{n}}$ слабо сходится к некоторому нормальному распределению.

Фамилия студента												Номер группы
1				2			3		4	5		

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из нормального распределения с параметрами $a = 1$ и σ^2. Вычислить математические ожидания $\mathsf{E}\overline{X^2}$ и $\mathsf{E}S^2$, где S^2 — выборочная дисперсия. Выяснить, как себя ведут величины $\overline{X^2}$ и S^2 при $n \to \infty$.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из равномерного распределения на отрезке $[-1,\ 4]$. Обозначим через ν_n число элементов выборки, **не** попавших в отрезок $[0,\ 1]$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $p^* = \nu_n/n$. Выяснить, как себя ведет p^* при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ и две простые гипотезы: $H_1 = \big\{\, X_i$ имеют показательное распределение с параметром $2\,\big\}$, $\quad H_2 = \big\{\, X_i$ имеют распределение с плотностью $f_2(y)\,\big\}$, где

$$f_2(y) = \begin{cases} 2y/25, & \text{если } 0 \leqslant y \leqslant 5, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Критерий $\delta(X_1, \ldots, X_n)$ предписывает принимать гипотезу H_1, если $X_{(n)} \geqslant 3$. В противном случае принимается H_2. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия.

4. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из нормального распределения с параметрами a и $\sigma^2 = 16$. Построить наиболее мощный критерий размера ε для различения двух простых гипотез $H_1 = \{a = -2\}$ и $H_2 = \{a = 1\}$.

5. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из биномиального распределения с параметрами 2 и $1/4$. Обозначим через ν_n число элементов выборки, не превышающих 1. Указать какую-нибудь последовательность чисел c_n таких, что последовательность $\dfrac{\nu_n - c_n}{\sqrt{n}}$ слабо сходится к некоторому нормальному распределению.

Фамилия студента												Номер группы
1				2			3		4	5		