1. Выписать формулу Байеса.

2. Пусть событие A таково, что оно не зависит от самого себя. Показать, что тогда $\mathbf{P}\{A\} = 0$ или $\mathbf{P}\{A\} = 1$.

3. Что вычисляет формула: $\dfrac{n!}{n_1!n_2!n_3!} \qquad (n_1 + n_2 + n_3 = n)$?

4. События $A_1, \ \ldots, A_n$ независимы в совокупности; $\mathbf{P}\{A_k\} = p_k$. Найти вероятности

а) появления всех этих событий:

б) появления хотя бы одного из этих событий:

5. Найти предел выражения:

$$\frac{\mathrm{C}_n^k \cdot \mathrm{C}_{N-n}^{K-k}}{\mathrm{C}_N^K} \to$$

при $N, n \to \infty$ так, что $\dfrac{n}{N} \to p \in (0, 1)$.

6. Пусть $\Omega = \{1, 2, 3\}$, $\mathcal{F} = \{\varnothing, \Omega\}$. Доказать, что функция $\xi(\omega) = \omega$ не является $\mathcal{F}$-измеримой.

7. Выяснить, какие из приведенных на рис.1 функций являются функциями распределения, а какие не являются (отметить функции распределения).

8. Восстановить распределение случайной величины ξ по ее функции распределения (см. рис.2):

9. Верно ли, что если функция распределения $F_\xi(x)$ дифференцируема всюду (за исключением конечного или счетного множества точек), то существует плотность $f_\xi(x)$, равная $F'_\xi(x)$? Объяснить.

10. Пусть f и g — плотности распределений. Является ли плотностью функция: (ответы: «да»-«нет»-«не знаю»)

а) $2f$?	в) $f + g$?	д) $\dfrac{f+g}{2}$?
б) $2f + 2g$?	г) $f - g$?	е) $\dfrac{2}{3}f + \dfrac{1}{3}g$?

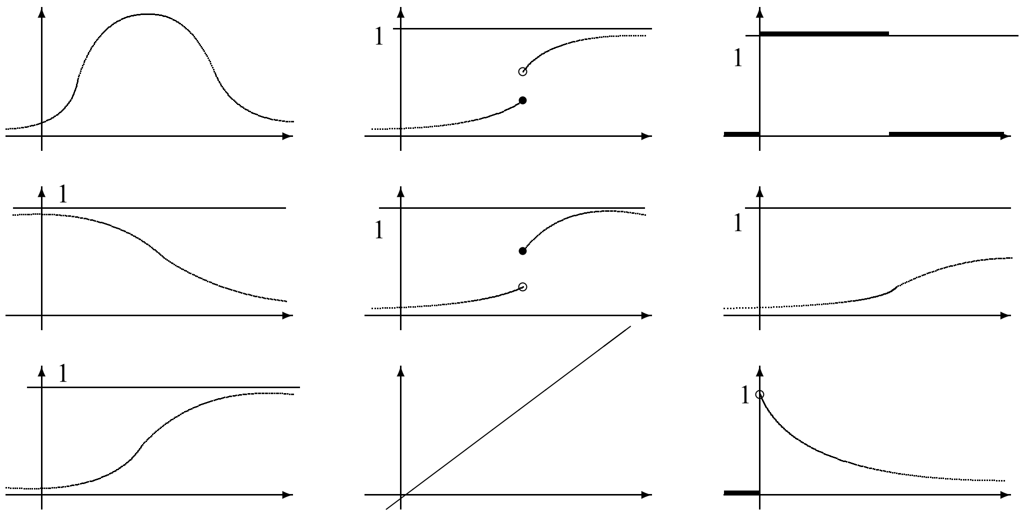

Рис. 1: к задаче 7.

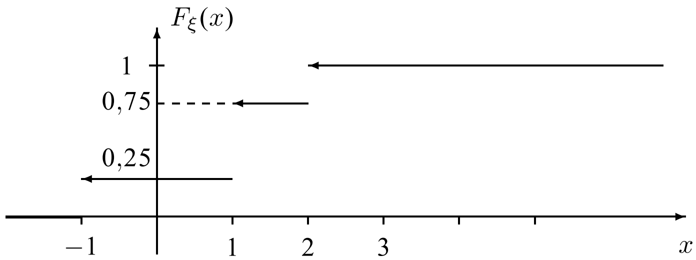

Рис. 2: к задаче 8.

11. Распределение случайной величины ξ задано её функцией распределения $F_\xi(x) = F(x)$. Выразить через $F(x)$ вероятность $\mathbf{P}(\xi \leqslant c)$.

12. Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$ независимы и имеют стандартное нормальное распределение. Выписать плотность совместного распределения величин $\xi_1, \ldots, \xi_n$.

13. Верно ли, что если $\xi \leqslant \eta$, то $\mathbf{E}\xi \leqslant \mathbf{E}\eta$?

14. Случайная величина ξ имеет плотность распределения $\begin{cases} 2x-2, & x \in [1,2] \\ 0, & x \notin [1,2]. \end{cases}$ Выписать выражения для подсчета (ничего считать **не** нужно):

а) $F_\xi(x) =$

б) $\mathbf{P}(\xi < 1{,}5) =$

в) $\mathbf{E}|\xi - 2|^3 =$

г) $\mathbf{P}(\xi > 1{,}2) =$

д) $\mathbf{E}(\xi) =$

е) $\mathbf{E}\xi^2 =$

15. Случайные величины ξ_1, ξ_2 независимы и имеют стандартное нормальное распределение. Указать значение $\mathbf{D}(\xi_1 - 2\xi_2)$:

0; 1; -1; 2; -2; 3; -3; 4; -4; 5; -5; 6; -6; другое: ______; не существует.

16. Случайная величина ξ имеет распределение Пуассона с параметром 2. Указать значение коэффициента корреляции $\rho(\xi, -3\xi + 1)$:

а) 0; г) -1; ж) 1/6;
б) 1; д) -1/6; з) -2;
в) e^{-2}; е) -1/6; и) другое:

17. Заполнить таблицу:

Распределение	$\mathbf{B}_p, p = 0{,}3$	$\mathbf{B}(n, p), p = 0{,}3$	Π_4	$\mathbf{E}_3$	$\mathbf{U}_{2,3}$	$\mathbf{N}_{-1,3}$
Мат.ожидание						
Дисперсия						

18. Случайная величина ξ имеет плотность $f(x)$. Как выглядит плотность случайной величины $-\xi$?

а) $-f(x)$; г) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$; ж) $-f(-x)$;
б) $|f(x)|$; д) 1; з) $f(-x)$
в) $f(-x) + f(x)$; е) $f(-x) - f(0)$; и) не существует.

19. Случайные величины ξ_n независимы и имеют распределение Пуассона с параметром 3. Выяснить, удовлетворяет ли последовательность $\{\xi_n\}$ закону больших чисел и центральной предельной теореме. Объяснить. Сформулировать оба утверждения.

20. Пусть случайная величина ξ имеет распределение Пуассона с параметром 3 и случайная последовательность ξ_n определяется равенствами $\xi_n = \xi$. Удовлетворяет ли последовательность $\{\xi_n\}$ ЗБЧ? Объяснить.

21. Верно ли, что если случайные величины ξ_n независимы и одинаково распределены, и их дисперсия конечна и не равна нулю, то выполнено утверждение ЦПТ?

22. Что достаточно потребовать от независимых, одинаково распределенных величин $\xi_1, \xi_2, \ldots$, чтобы $\dfrac{\xi_1^3 + \ldots + \xi_n^3}{n}$ сходилось по вероятности к константе?

23. Как связаны характеристические функции $\varphi_{\frac{S_n}{n}}(t)$ и $\varphi_{\xi_1}(t)$?

24. Пусть дана случайная величина ω — координата точки, брошенной наудачу на отрезок [0,1]. Построить случайную величину $\xi(\omega)$, имеющую распределение Пуассона с параметром λ.

Постарайтесь отвечать на все вопросы очень коротко и по существу. Не нужны никакие объяснения, если они не требуются в условии задачи.
А здесь могут быть Ваши комментарии:

Фамилия студента	Номер группы
Remarks (not for students)	