

Вопросы к дифференцированному зачету по математической статистике

Раздел 1. Основные понятия выборочного метода

1. Определение выборки и выборочного распределения. Эмпирическая функция распределения, гистограмма, выборочные моменты. Выборочная дисперсия, несмещенная выборочная дисперсия. Свойства (состоятельность, несмещенность, асимптотическая нормальность) выборочных моментов, выборочной дисперсии, эмпирической функции распределения (с док-вом). Теоремы Гливленко — Кантелли и Колмогорова (без док-ва). Вариационный ряд и распределение порядковых статистик. Асимптотическая нормальность выборочных квантилей.

Раздел 2. Проверка гипотез

1. Определение гипотезы. Определение критерия. Вероятности ошибок. Проверка двух простых гипотез. Определение размера и мощности критерия. Способы сравнения критериев. Понятие наиболее мощного критерия. Критерий отношения правдоподобия в случае непрерывного отношения правдоподобия. Теорема Неймана — Пирсона как способ построения минимаксного, байесовского и наиболее мощного критериев (без док-ва). Примеры применения.
2. Общий принцип построения критериев согласия, свойства полученного критерия. Понятие состоятельности критерия в случае сложной альтернативы. Критерий Колмогорова, его состоятельность. Определение хи-квадрат распределения. Критерий хи-квадрат Пирсона для проверки простой гипотезы, его состоятельность. Доказательство теоремы Пирсона для двух интервалов группировки. Критерий хи-квадрат Пирсона для проверки параметрической гипотезы.
3. Критерий Колмогорова — Смирнова для проверки однородности. Критерий Вилкоксона — Манна — Уитни для проверки однородности. Критерий хи-квадрат для проверки независимости. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных совокупностей с неизвестными средними по критерию Фишера (состоятельность без док-ва). Проверка гипотезы о равенстве средних двух нормальных совокупностей с неизвестными, но равными дисперсиями по критерию Стьюдента (состоятельность с док-вом). Однофакторный дисперсионный анализ.

Раздел 3. Оценивание неизвестных параметров

1. Определение статистики. Несмещенность, состоятельность оценок. Методы нахождения оценок: метод моментов, метод максимального правдоподобия. Состоятельность оценок метода моментов (с док-вом). Примеры.
2. Асимптотическая нормальность оценок. Асимптотический подход к сравнению оценок. Состоятельность асимптотически нормальных оценок (с док-вом). Теорема об асимптотической нормальности оценок метода моментов (с док-вом). Примеры.
3. Среднеквадратический подход к сравнению оценок. Несуществование наилучшей в СКС среди всех оценок (с док-вом). Эффективность оценок. Единственность эффективной оценки в классе с фиксированным смещением (с док-вом). Условия регулярности. Примеры регулярных и нерегулярных семейств распределений. Неравенство Рао — Крамера (без док-ва). Его использование для проверки эффективности оценок (следствие с док-вом). Примеры.

Раздел 4. Доверительное оценивание неизвестных параметров

1. Точные и асимптотические доверительные интервалы. Способы построения доверительных интервалов, в том числе с помощью асимптотически нормальных оценок (с док-вом). Примеры.
2. Распределения, связанные с нормальным: гамма-распределение, распределение хи-квадрат Пирсона, распределение Фишера, распределение Стьюдента, их взаимосвязь и свойства. Умножение нормального вектора на ортогональную матрицу. Лемма Фишера (с док-вом). «Главное» и «полезное» следствия леммы Фишера (с док-вом). Построение точных доверительных интервалов для параметров нормального распределения.

Дифференцированный зачёт проводится в форме письменного экзамена (проверка и апелляция на месте) 28 декабря. В билете — теоретический вопрос, пример из лекций и задача. Время подготовки ответа по билету — 1.5 часа. Дополнительное время не предоставляется. Оценка складывается из количества отвеченных вопросов билета.

Студенты, не сдавшие к 28 декабря расчётное задание или не отчитавшиеся по контрольным работам, получают оценку «неудовлетворительно».

Пересдача дифференцированного зачёта состоится в конце января.

После диффзачёта 28 декабря все заработанные «автоматы» будут выставлены в ведомость. Рекомендуется заранее проверить, правильно ли лектор помнит ваши оценки.

Вопросы к дифференцированному зачету по математической статистике

Раздел 1. Основные понятия выборочного метода

1. Определение выборки и выборочного распределения. Эмпирическая функция распределения, гистограмма, выборочные моменты. Выборочная дисперсия, несмещенная выборочная дисперсия. Свойства (состоятельность, несмещенность, асимптотическая нормальность) выборочных моментов, выборочной дисперсии, эмпирической функции распределения (с док-вом). Теоремы Гливленко — Кантелли и Колмогорова (без док-ва). Вариационный ряд и распределение порядковых статистик. Асимптотическая нормальность выборочных квантилей.

Раздел 2. Проверка гипотез

1. Определение гипотезы. Определение критерия. Вероятности ошибок. Проверка двух простых гипотез. Определение размера и мощности критерия. Способы сравнения критериев. Понятие наиболее мощного критерия. Критерий отношения правдоподобия в случае непрерывного отношения правдоподобия. Теорема Неймана — Пирсона как способ построения минимаксного, байесовского и наиболее мощного критериев (без док-ва). Примеры применения.
2. Общий принцип построения критериев согласия, свойства полученного критерия. Понятие состоятельности критерия в случае сложной альтернативы. Критерий Колмогорова, его состоятельность. Определение хи-квадрат распределения. Критерий хи-квадрат Пирсона для проверки простой гипотезы, его состоятельность. Доказательство теоремы Пирсона для двух интервалов группировки. Критерий хи-квадрат Пирсона для проверки параметрической гипотезы.
3. Критерий Колмогорова — Смирнова для проверки однородности. Критерий Вилкоксона — Манна — Уитни для проверки однородности. Критерий хи-квадрат для проверки независимости. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных совокупностей с неизвестными средними по критерию Фишера (состоятельность без док-ва). Проверка гипотезы о равенстве средних двух нормальных совокупностей с неизвестными, но равными дисперсиями по критерию Стьюдента (состоятельность с док-вом). Однофакторный дисперсионный анализ.

Раздел 3. Оценивание неизвестных параметров

1. Определение статистики. Несмещенность, состоятельность оценок. Методы нахождения оценок: метод моментов, метод максимального правдоподобия. Состоятельность оценок метода моментов (с док-вом). Примеры.
2. Асимптотическая нормальность оценок. Асимптотический подход к сравнению оценок. Состоятельность асимптотически нормальных оценок (с док-вом). Теорема об асимптотической нормальности оценок метода моментов (с док-вом). Примеры.
3. Среднеквадратический подход к сравнению оценок. Несуществование наилучшей в СКС среди всех оценок (с док-вом). Эффективность оценок. Единственность эффективной оценки в классе с фиксированным смещением (с док-вом). Условия регулярности. Примеры регулярных и нерегулярных семейств распределений. Неравенство Рао — Крамера (без док-ва). Его использование для проверки эффективности оценок (следствие с док-вом). Примеры.

Раздел 4. Доверительное оценивание неизвестных параметров

1. Точные и асимптотические доверительные интервалы. Способы построения доверительных интервалов, в том числе с помощью асимптотически нормальных оценок (с док-вом). Примеры.
2. Распределения, связанные с нормальным: гамма-распределение, распределение хи-квадрат Пирсона, распределение Фишера, распределение Стьюдента, их взаимосвязь и свойства. Умножение нормального вектора на ортогональную матрицу. Лемма Фишера (с док-вом). «Главное» и «полезное» следствия леммы Фишера (с док-вом). Построение точных доверительных интервалов для параметров нормального распределения.

Дифференцированный зачет проводится в форме письменного экзамена (проверка и апелляция на месте) 28 декабря. В билете — теоретический вопрос, пример из лекций и задача. Время подготовки ответа по билету — 1.5 часа. Дополнительное время не предоставляется. Оценка складывается из количества отвеченных вопросов билета.

Студенты, не сдавшие к 28 декабря расчетное задание или не отчитавшиеся по контрольным работам, получают оценку «неудовлетворительно».

Пересдача дифференцированного зачета состоится в конце января.

После диффзачета 28 декабря все заработанные «автоматы» будут выставлены в ведомость. Рекомендуется заранее проверить, правильно ли лектор помнит ваши оценки.