

## Ответы к задачам по теории вероятностей

1.  $24/10! = 0,0000066$ .
2.  $2/n$ .
3.  $1/n$ .
4.  $1/6$ .
5. а)  $1/6$ ; б)  $0,41354$ ; в)  $0,32436$ ; г)  $0,848$ .
6.  $1 - C_{n-m}^k / C_n^k$ .
7.  $1/C_{500}^{490} = 4,068 \cdot 10^{-21}$ .
8.  $\frac{4C_{13}^3 13^3 + C_4^2 (C_{13}^2)^2 13^2}{C_{52}^6}$ .
9. а)  $7^{-5} = 0,0000595$ ; б)  $7^{-4} = 0,000416$ ; в)  $360 \cdot 7^{-4} = 0,1499$ .
10.  $\frac{C_6^3 C_{43}^3 + C_6^4 C_{43}^2 + C_6^5 C_{43}^2 + 1}{C_{49}^6}$ .
11.  $7/9$ .
12.  $\frac{C_{2n}^n C_{2n}^n}{C_{4n}^{2n}}$ .
13.  $\frac{6C_{3n}^m C_{2n}^m}{C_{3n+3}^{m+1} C_{2n+2}^{m+1}}$ .
14.  $\frac{n!}{k^n n_1! \dots n_k!}$ .
15.  $\frac{8C_9^2}{C_{36}^7}$ .
16.  $\frac{C_n^2 n!}{n^n}$ .
17.  $\frac{2^m C_n^m}{C_{2n}^m}$ .
18.  $2/3$ .
19. 2а)  $1 - (1 - z)^2$ ; 2б)  $z(1 - \ln z)$ ; 2в)  $z^2$ ; 2г)  $1 - (1 - z)^2$ ; 3)  $\begin{cases} z^2/2, & 0 \leq z \leq 1, \\ 1 - (2 - z)^2/2, & 1 \leq z \leq 2. \end{cases}$
20.  $0,5$ .

21. 0,25.

22. 0,1.

25. 0,38.

26. а)  $\sum_{i=1}^n (p_i \prod_{j \neq i} (1 - p_j))$ ; б)  $\prod_{i=1}^n (1 - p_i)$ ; в)  $1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_i)$ .

27.  $2^{-k}$ ;  $2/3$ .

28. 3 из 4.

29.  $\sum_{k=5}^{10} C_{10}^k (0,64)^k (0,36)^{10-k}$ .

30.  $(1 - a^3/R^3)^n$ .

31. нет; вероятность победы игрока В равна  $131/243$ .

32.  $C_{l-1}^{k-1} p^k (1-p)^{l-k}$ .

33.  $C_{n-l}^m p^{m+l} (1-p)^{n-l-m}$ .

34. 0,0588.

35. 0,0023.

36.  $9/19$ .

37.  $1 - (3/4)^3 = 37/64$ .

38. 0,52.

39.  $m/n$ .

40.  $\frac{(\lambda p)^m}{m!} e^{-\lambda p}$ .

41.  $1 - (1 + pq - p)^n$ .

42. 0,895.

43. 0,5738.

44.  $20/21$ .

45.  $\frac{(\lambda(1-p))^{10}}{10!} e^{-\lambda(1-p)}$ .

46.  $9/16$ .

49.  $F(b) - F(a+0)$ ;  $F(b) - F(a)$ ;  $F(b+0) - F(a+0)$ ;  $F(b+0) - F(a)$ .

51.  $F_X(t) = 1 - F_X(-t + 0) \forall t \in \mathbb{R}$ .

52.  $C = 3$ .

53.

$$F(t) = 1 - e^{-\alpha t} \left( 1 + \frac{\alpha t}{1!} + \frac{(\alpha t)^2}{2!} + \dots + \frac{(\alpha t)^{n-1}}{(n-1)!} \right) \quad \text{при } t > 0$$

и  $F(t) = 0$  при  $t \leq 0$ .

54. 0.

55.  $F(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ 1 - (1 - t/l)^2, & 0 < t < l, \\ 1, & t \geq l. \end{cases}$

56. а)  $F(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ (t/R)^2, & 0 < t < R, \\ 1, & t \geq R. \end{cases}$  б)  $F(x, y) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \text{ или } y \leq 0, \\ x^2 y / (2\pi R^2), & 0 < x < R, 0 < y < 2\pi, \\ y / (2\pi), & x \geq R, 0 < y < 2\pi, \\ x^2 / R^2, & 0 < x < R, y \geq 2\pi, \\ 1, & x \geq R, y \geq 2\pi. \end{cases}$

57. а)  $P\{X = -1\} = P\{X = 1\} = 1/2$ ,  $P\{Y = -1\} = 5/12$ ,  $P\{Y = 0\} = 1/4$ ,  $P\{Y = 1\} = 1/3$ ;

б) 

X+Y	-2	-1	0	1	2
	7/24	1/12	1/4	1/6	5/24

в)  $P\{Y^2 = 0\} = 1/4$ ,  $P\{Y^2 = 1\} = 3/4$ .

$$\Phi_{0,1}(t) = \int_{-\infty}^t \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2} dy$$

58.  $F_{Y_1}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ 2\Phi_{0,1}(t) - 1, & t > 0; \end{cases}$   $F_{Y_2}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ 2\Phi_{0,1}(\sqrt{t}) - 1, & t > 0; \end{cases}$

$$F_{Y_3}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq -1, \\ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left( \Phi_{0,1}(\arcsin t + 2\pi k) - \Phi_{0,1}(-\arcsin t + (2k-1)\pi) \right), & -1 < t < 1, \\ 1, & t \geq 1. \end{cases}$$

59.  $F(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ \Phi_{0,1}(t), & t > 0. \end{cases}$

60.  $F_{Y_1}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ 1 - e^{-t}, & t > 0; \end{cases}$   $F_{Y_2}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 1, \\ \frac{t-1}{2}, & 1 < t < 3, \\ 1, & t \geq 3. \end{cases}$

$$61. F(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ \frac{2}{\pi} \arcsin t, & 0 < t < 1, \\ 1, & t \geq 1. \end{cases}$$

$$63. P\{Y_1 = k\} = (1 - e^{-\alpha})e^{-\alpha k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots;$$

$$F_{Y_2}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ \frac{1 - e^{-\alpha t}}{1 - e^{-\alpha}}, & 0 < t < 1, \\ 1, & t \geq 1; \end{cases} \quad F_{Y_3}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ 1 - e^{-\alpha\sqrt{t}}, & t > 0; \end{cases} \quad F_{Y_4}(t) = 1 - e^{-\alpha e^{\alpha t}}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

$$64. F_X(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ 1 - (2 - t)^2/4, & 0 < t < 2, \\ 1, & t \geq 2; \end{cases} \quad F_Y(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ 1 - (1 - t)^2, & 0 < t < 1, \\ 1, & t \geq 1. \end{cases}$$

$$65. F_{Y_1}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ 1 - (1 - t/a)^n, & 0 < t < a, \\ 1, & t \geq a; \end{cases} \quad F_{Y_n}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ (t/a)^n, & 0 < t < a, \\ 1, & t \geq a; \end{cases}$$

$$F_{Y_k}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ \sum_{j=k}^n C_n^j (t/a)^j (1 - t/a)^{n-j}, & 0 < t < a, \\ 1, & t \geq a. \end{cases}$$

$$66. \sum_{k=1}^{\infty} p_k^2.$$

67. :)

$$68. F_{X+Y}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ t/2, & 0 < t < 2, \\ 1, & t \geq 2; \end{cases} \quad F_{XY}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ (t+1)/2, & 0 < t < 1, \\ 1, & t \geq 1. \end{cases}$$

72. 0.

73. а)  $p$ ; б)  $np$ ; в)  $\lambda$ ; г)  $1/p$ ; д)  $(a+b)/2$ ; е)  $1/\alpha$ ; ж)  $\alpha$ ; з)  $n/\alpha$ .

74.  $l/3, 2R/3$ .

75.  $EX = 2/3, EY = 1/3$ .

76.  $EY_1 = a/(n+1), EY_n = an/(n+1)$ .

78. Для № 73: а)  $p(1-p)$ ; б)  $np(1-p)$ ; в)  $\lambda$ ; г)  $(1-p)/p^2$ ; д)  $(b-a)^2/12$ ; е)  $1/\alpha^2$ ; ж)  $\sigma^2$ ; з)  $n/\alpha^2$ ;

Для № 74:  $l^2/12; R^2/18$ ;

Для № 75:  $DX = 2/9; DY = 1/18$ ;

Для № 76:  $DY_1 = DY_n = na^2/(n+2)(n+1)^2$ .

80. 0.

81. а)  $1/(k+1)$ ; б)  $n(n+1) \cdot \dots \cdot (n+k-1)\alpha^{-k}$ .
82. -0,5.
83.  $3/\sqrt{107} = 0,29$ .
84. 0.
85.  $1/\sqrt{2} = 0,7071$ .
86. а) 0; б)  $2/\sqrt{5} = 0,8944$ .
87. 0.
88.  $\lambda$ .
90.  $\Phi_{0,1}(-3) = 0,00135$ .
91. а)  $1 - \Phi_{0,1}(7,77) < 0,00000000099$ ; б) 0,5; 113 рублей.
92. 0,135; 104.
93. а) 0,5; б)  $\Phi_{0,1}(2) = 0,977$ .
94. 0,697;  $35 \cdot 10^6$ .
95. 0,44.
96. (3394; 3606).
97. 5,4.
98. (3,52; 3,88).
99. (1397; 1483); 625.
100. 0,079.